

GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 1 TRANG 121 SGK GIẢI TÍCH

Đề bài

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

a) $y = x^2, y = x + 2$;

b) $y = |\ln x|, y = 1$;

c) $y = (x - 6)^2, y = 6x - x^2$

Hướng dẫn giải

Cho hai hàm số $y = f(x); y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và các đường thẳng $x = a; x = b$. Khi đó diện tích của hình phẳng D được tính bởi công thức:

$$S_D = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

ĐÁP ÁN BÀI 1 TRANG 121 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12

Bài 3. Ứng dụng của tích phân trong hình học

Toán lớp 12 – Giải Tích lớp 12 - Chương 3 - Nguyên hàm - Tích phân và ứng dụng

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là:

$$f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

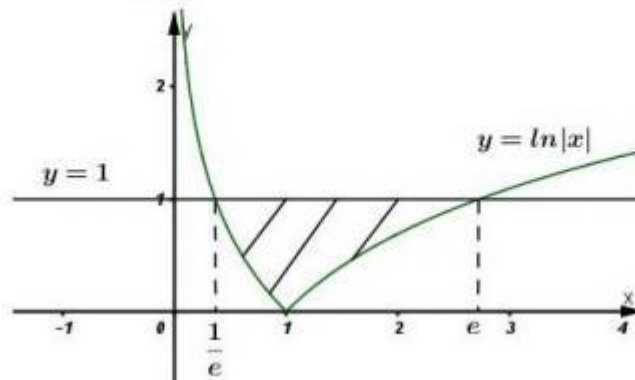
Diện tích hình phẳng cần tìm là :

$$S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \left| \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx \right|$$

$$= \left| \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \Big|_{-1}^2 = \left| \frac{8}{3} - 2 - 4 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right) \right| = \frac{9}{2} \text{ (đvdt)}.$$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là:

$$f(x) = 1 - |\ln x| = 0 \Leftrightarrow \ln x = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = e \\ x = \frac{1}{e} \end{cases}.$$



Bài 3. Ứng dụng của tích phân trong hình học

Ta có: $y = |\ln x| = \ln x$ nếu $\ln x \geq 0$, tức là $x \geq 1$.

hoặc $y = |\ln x| = -\ln x$ nếu $\ln x < 0$, tức là $0 < x < 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số vẽ ở hình trên ta có diện tích cần tìm là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{1}{e}}^e |1 - |\ln x|| dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 (1 + \ln x) dx + \int_1^e (1 - \ln x) dx \\ &= x \Big|_{\frac{1}{e}}^1 + \int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx + x \Big|_1^e - \int_1^e \ln x dx \\ &= -\frac{1}{e} + e + \int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx - \int_1^e \ln x dx \end{aligned}$$

Ta có $\int \ln x dx = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$, thay vào trên ta được:

$$S = e - \frac{1}{e} + (x \ln x - x) \Big|_{\frac{1}{e}}^1 - (x \ln x - x) \Big|_1^e = e + \frac{1}{e} - 2 \text{ (đvdt)}.$$

c) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là:

$$f(x) = 6x - x^2 - (x - 6)^2 = -2(x^2 - 9x + 18) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(x^2 - 9x + 18) \Leftrightarrow (x - 3)(x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Diện tích cần tìm là:

$$S = \int_3^6 | -2(x^2 - 9x + 18) | dx$$

$$= | 2 \int_3^6 (x^2 - 9x + 18) dx |$$

$$= \left| 2 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{9}{2} x^2 + 18x \right) \Big|_3^6 \right|$$

$$= 45 - 36 = 9 \text{ (đvdt)}$$

Bài 3. Ứng dụng của tích phân trong hình học