GIẢI BÀI 1 TRANG 112 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

Đề bài

a) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{(1-x)^2}dx$ b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(\frac{\pi}{4}-x)dx$

c) $\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1}{x(x+1)}dx$ d) $\int_0^2 x(x+1)^2dx$

e) $\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1-3x}{(x+1)^2}dx$ g) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} sin3xcos5xdx$

Hướng dẫn giải

a) Sử dụng công thức nguyên hàm mở rộng $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$

b) Sử dụng công thức nguyên hàm mở rộng: $\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + C$.

c) Sử dụng phân tích: $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ sau đó sử dụng công thức tính nguyên hàm mở rộng: $\int \frac{1}{ax+b}dx = \frac{1}{a}.\ln|ax+b| + C$.

d) Nhân đa thức và áp dụng công thức nguyên hàm: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

e) Phân tích đa thức trong tích phân dưới dạng : $\frac{1-3x}{(x+1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2}$ và sử dụng các công thức nguyên hàm: $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C$; $\int \frac{dx}{(ax+b)^2} = \frac{1}{a}.\frac{-1}{ax+b} + C$

g) Cách 1:

Chứng minh hàm số $f(x) = \sin 3x \cos 5x$ là hàm số lẻ và áp dụng công thức $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ (Với f(x) là hàm số lẻ, $a \in R$.

Cách 2:

Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng.

ĐÁP ÁN BÀI 1 TRANG 112 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12

$$a)\ \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{(1-x)^2}dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (1-x)^{\frac{2}{3}}dx$$

$$= -1.\frac{(1-x)^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}\Bigg|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -\frac{3}{5}.\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{3}} - \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{5}{3}}\right]$$

$$= -\frac{3}{5}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{2^5}} - \frac{\sqrt[3]{3^5}}{\sqrt[3]{2^5}}\right] = -\frac{3}{5}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{2^3.2^2}} - \frac{\sqrt[3]{3^3.3^2}}{\sqrt[3]{2^3.2^2}}\right]$$

$$= -\frac{3}{5}\left[\frac{1}{2\sqrt[3]{4}} - \frac{3\sqrt[3]{9}}{2\sqrt[3]{4}}\right] = \frac{3}{10\sqrt[3]{4}}\left(3\sqrt[3]{9} - 1\right)$$

$$b)\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)dx = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \cos\frac{\pi}{4} = 0$$

c) Ta có: $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

$$\Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1}{x(x+1)}dx = \int_{\frac{1}{2}}^{2}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)dx$$

$$= (\ln|x| - \ln|x+1|)\Big|_{\frac{1}{2}}^{2} = \ln\left|\frac{x}{x+1}\right|\Big|_{\frac{1}{2}}^{2}$$

$$= \ln\frac{2}{3} - \ln\frac{1}{3} = \ln\left(\frac{2}{3} : \frac{1}{3}\right) = \ln 2$$

$$d)\ x(x+1)^2 = x\left(x^2 + 2x + 1\right) = x^3 + 2x^2 + x$$

$$\Rightarrow \int_0^2 x(x+1)^2dx = \int_0^2 \left(x^3 + 2x^2 + x\right)dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + 2\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^2 = \frac{34}{3}$$

$e)\ \frac{1-3x}{(x+1)^2} = \frac{-3(x+1)+4}{(x+1)^2} = -\frac{3}{x+1} + \frac{4}{(x+1)^2}$

$\Rightarrow \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1-3x}{(x+1)^2} dx = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \left(-\frac{3}{x+1} + \frac{4}{(x+1)^2}\right) dx$

$= -3 \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{dx}{x+1} + 4 \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{dx}{(x+1)^2}$

$= -3 \ln|x+1| \Big|_{\frac{1}{2}}^{2} - \frac{4}{x+1} \Big|_{\frac{1}{2}}^{2}$

$= -3\left(\ln 3 - \ln \frac{3}{2}\right) - 4\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right)$

$= -3 \ln 2 + \frac{4}{3}$

g) Cách 1:

Đặt $f(x) = sin3xcos5x$ ta có: $f(-x) = \sin(-3x)\cos(-5x) = -\sin 3x \cos 5x = -f(x) \Rightarrow$ là hàm số lẻ, từ đó ta có: $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cos 5x dx = 0$.

Cách 2:

$\sin 3x \cos 5x = \frac{1}{2}(\sin 8x - \sin 2x)$

$\Rightarrow \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cos 5x dx = \frac{1}{2} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 8x - \sin 2x)\, dx$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{\cos 8x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{5}{8} - \left(-\frac{5}{8}\right)\right) = 0$