

Giải bài 12 trang 107 sgk toán Đại Số lớp 10

Đề bài:

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. sử dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai, chứng minh rằng $b^2x^2 - (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 > 0, \forall x$.

Đáp án:

$$\begin{aligned}\Delta &= (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2 \\ &= (b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) \cdot (b^2 + c^2 - a^2 - 2bc) \\ &= [(b+c)^2 - a^2] [(b-c)^2 - a^2] \\ &= (b+a+c) \cdot (b+c-a) \cdot (b-c+a) \cdot (b-c-a) < 0\end{aligned}$$

(vì trong một tam giác tổng của hai cạnh lớn hơn cạnh thứ ba $b+a+c > 0; b+c-a > 0; b-c+a > 0; b-c-a < 0$)

Do đó tam giác cùng dấu với $b^2 > 0, \forall x$.

Nghĩa là: $b^2x^2 - (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 > 0, \forall x$