

## Giải bài 10 trang 107 sgk toán Đại Số lớp 10

Đề bài:

Cho  $a > 0, b > 0$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .

Đáp án:

Đặt  $x = \sqrt{a}, y = \sqrt{b}$  (với  $x > 0$  và  $y > 0$ ) ta được:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{x^2}{y}; \quad \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{y^2}{x}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = \frac{x^3 + y^3}{xy} = \frac{(x+y)(x^2 + y^2 - xy)}{xy} \quad (1)$$

Mà  $x^2 + y^2 \geq 2xy$  (Bất đẳng thức Cô-si)

$$\text{Nên } x^2 + y^2 - xy \geq xy \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2 - xy}{xy} \geq 1$$

$$\text{Do đó (1) } \frac{x^3 + y^3}{xy} \geq x + y \Leftrightarrow \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ (đpcm).}$$