

Giải bài 5 trang 79 sgk toán Đại Số lớp 10

Đề bài: Chứng minh rằng

$$x^4 - \sqrt{x^5} + x - \sqrt{x} + 1 > 0, \forall x \geq 0.$$

Đáp án:

Đặt $\sqrt{x} = t, x \geq 0 \Rightarrow t \geq 0$.

Vế trái trở thành: $t^8 - t^5 + t^2 - t + 1 = f(t)$

+) Nếu $t = 0$, hoặc $t = 1$ thì $f(t) = 1 > 0$

+) Với $0 < t < 1$,

$$f(t) = t^8 + (t^2 - t^5) + 1 - t$$

$$t^8 > 0; 1 - t > 0; t^2 - t^5 = t^3(1 - t) > 0.$$

Suy ra $f(t) > 0$.

+) Với $t > 1$ thì $f(t) = t^5(t^3 - 1) + t(t - 1) + 1 > 0$

Vậy $f(t) > 0 \forall t \geq 0$.

$$\text{Hay } x^4 - \sqrt{x^5} + x - \sqrt{x} + 1 > 0, \forall x \geq 0.$$