

Đề bài.

Giải các bất phương trình lôgarit:

a) $\log_8(4 - 2x) \geq 2$,

b) $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$,

c) $\log_{0,2}x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2}3$,

d) $\log_3^2x - 5\log_3x + 6 \leq 0$.

Hướng dẫn giải.

a) Tìm ĐK.

Giải phương trình lôgarit cơ bản: $\log_a x \geq b \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x \geq a^b \\ 0 < a < 1 \\ 0 < x \leq a^b \end{cases}$

b) Tìm ĐK.

Giải phương trình lôgarit cơ bản: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

c) Tìm ĐK.

Đưa về cùng lôgarit cơ số 0,2, sử dụng công thức cộng các lôgarit cùng cơ số: $\log_a x + \log_a y = \log_a(xy)$ (giả sử các biểu thức là có nghĩa).

Đưa về bất phương trình lôgarit cơ bản:

$\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ 0 < f(x) < g(x) \\ 0 < a < 1 \\ f(x) > g(x) > 0 \end{cases}$

d) Tìm ĐK.

Giải bất phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ: $t = \log_3 x$, đưa về phương trình bậc hai ẩn t.

a) Điều kiện: $4 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

$$\begin{aligned} \log_8(4 - 2x) &\geq 2 \\ \Leftrightarrow 4 - 2x &\geq 8^2 = 64 \quad (\text{Do } 8 > 1) \\ \Leftrightarrow 2x &\leq -60 \\ \Leftrightarrow x &\leq -30 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện $x < 2$ ta có $x \leq -30$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -30]$

b) ĐK:

$$\begin{cases} 3x - 5 > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) &> \log_{\frac{1}{5}}(x + 1) \\ \Leftrightarrow 3x - 5 &< x + 1 \quad (\text{Do } \frac{1}{5} < 1) \\ \Leftrightarrow 2x &< 6 \\ \Leftrightarrow x &< 3 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có: $\frac{5}{3} < x < 3$.

c) Điều kiện: $x > 2$. Chú ý rằng

$\log_5(x - 2) = \log_{\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}(x - 2) = -\log_{0,2}(x - 2)$, nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_{0,2}x + \log_{0,2}(x - 2) &< \log_{0,2}3 \\ \Leftrightarrow \log_{0,2}x(x - 2) &< \log_{0,2}3 \\ \Leftrightarrow x(x - 2) &> 3 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 &> 0 \\ \Leftrightarrow (x - 3)(x + 1) &> 0 \\ \Leftrightarrow x - 3 > 0 &\Leftrightarrow x > 3 \quad (\text{do } x > 2). \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

d) ĐK: $x > 0$.

Đặt $t = \log_3x$ ta được bất phương trình

$$\begin{aligned} t^2 - 5t + 6 &\leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 3. \\ \Leftrightarrow 2 \leq \log_3x &\leq 3 \Leftrightarrow 2^3 \leq x \leq 3^3 \Leftrightarrow 9 \leq x \leq 27. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có $9 \leq x \leq 27$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [9; 27]$.

Bài 6. Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit

Toán lớp 12 – Giải Tích lớp 12 - Chương 2. hàm số lũy thừa hàm số mũ và hàm số lôgarit