

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN
SỞ GD&ĐT ĐÀ NẴNG LẦN 1 NĂM 2018

Đề thi

Đề thi thử môn Toán THPTQG 2018

Đề thi thử THPT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI THỬ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 4 trang)

Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Học sinh làm bài bằng cách chọn và tô kín một ô tròn trên Phiếu trả lời trắc nghiệm tương ứng với phương án trả lời đúng của mỗi câu

Họ, tên thí sinh:
Số báo danh: Phòng thi số:

Mã đề thi: 203

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{2x+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$. B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 2: Cho số phức $z = 3 + 5i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M . Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(3; -5)$. B. $M(-3; -5)$. C. $M(3; 5)$ D. $M(5; 3)$

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = 3e^{-x} + x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \ln 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục hoành được tính bằng công thức nào sau đây?

- A. $\pi^2 \int_0^{\ln 2} (3e^{-x} + x)^2 dx$. B. $\int_0^{\ln 2} |3e^{-x} + x| dx$. C. $\pi \int_0^{\ln 2} (3e^{-x} + x)^2 dx$. D. $\pi \int_0^{\ln 2} |3e^{-x} + x| dx$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x^2}$ là

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{x} + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. C. $e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. D. $e^{2x} - \frac{1}{x} + C$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{2}{x-5}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- A. $y = -\frac{2}{5}$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $x = 5$.

Câu 6: Phương trình $\tan x = \tan \varphi$ (hằng số φ thuộc R) có nghiệm là

- A. $x = \varphi + k2\pi$ ($k \in Z$). B. $x = \varphi + 2k\pi, x = \pi - \varphi + k2\pi$ ($k \in Z$).
C. $x = \varphi + k\pi$ ($k \in Z$). D. $x = \varphi + 2k\pi, x = -\varphi + k2\pi$ ($k \in Z$).

Câu 7: Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in R$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_{a^\alpha} b = \log_a b^\alpha$. B. $\log_{a^\alpha} b = \sqrt[\alpha]{\log_a b}$. C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \log_a^\alpha b$.

Câu 8: Tích phân $I = \int_0^2 (x+2)^3 dx$ bằng

- A. $I = 56$. B. 60. C. $I = 240$. D. $I = 120$.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) ?

- A. $A(1; 0)$. B. $D(2; 13)$. C. $C(-1; 3)$. D. $B(-2; -13)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; -1)$ và $B(2; -1; 7)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 42$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 21$.
C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 21$. D. $(x-8)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = 42$.

Câu 11: Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng a là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 12: Cho các số thực a, m, n và a dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^{m+n} = (a^m)^n$. B. $a^{m+n} = \frac{a^m}{a^n}$. C. $a^{m+n} = a^m a^n$. D. $a^{m+n} = a^m + n$.

Câu 13: Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 + 8x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$. B. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$.
C. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$. D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{-5} = \frac{y+5}{8} = \frac{z-8}{-2}$.

- A. $\vec{u}(-5; -2; 8)$. B. $\vec{u}(5; -8; 2)$. C. $\vec{u}(8; -2; -5)$. D. $\vec{u}(-2; -5; 8)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}(2; 4; -2)$ và $\vec{b}(3; -1; 6)$. Tính $P = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $P = -10$. B. $P = -40$. C. $P = 16$. D. $P = -34$.

Câu 16: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = 4$ với a là tham số. Lúc đó $a^2 - a$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 12. D. 14.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$ và $C(1; 2; 0)$ là

- A. $7x - 5y - 3z + 1 = 0$. B. $7x - 5y - 3z + 11 = 0$. C. $5x + 3y + 7z - 17 = 0$. D. $5x + 3y + 7z - 11 = 0$.

Câu 18: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{23}{10}; \frac{5}{4}\right)$.

Tìm M .

A. $M = -\frac{9801}{250}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{7}{32}$. D. $M = 0$.

Câu 19: Bất phương trình $2\log_9(x+2) - \log_3(1-x) \geq 1$ có tập nghiệm là $S = [a; b)$. Tính $P = (4a+1)^2 + b^3$.

A. $P = -1$. B. $P = 5$. C. $P = 4$. D. $P = 1$.

Câu 20: Phương trình $27.4^x - 30.6^x + 8.9^x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + 3x + 2 = 0$. B. $x^2 - 3x + 2 = 0$. C. $27x^2 - 30x + 8 = 0$. D. $8x^2 - 30x + 27 = 0$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = BC = 6$ cm và SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

A. 6 cm. B. $3\sqrt{2}$ cm. C. $6\sqrt{2}$ cm. D. 3 cm.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y - 3z + 2 = 0$ và $(Q): -4x + y + 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với 2 đường thẳng (P) và (Q) là:

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{6}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{6}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z}{-1}$.

Câu 24: Cho $\int_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(x)dx = 2018$. Tính $I = \int_1^e \frac{1}{x} f(\ln 2x)dx$.

A. $I = 2018$. B. $I = 4036$. C. $I = \frac{1009}{2}$. D. $I = 1009$.

Câu 25: Có bao nhiêu kết quả xảy ra khi bỏ phiếu bầu 1 bí thư, 2 phó bí thư và 1 ủy viên từ 30 đoàn viên thanh niên của một lớp học?

A. 164430. B. 328860. C. 657720. D. 142506.

Câu 26: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $(P): y = 2x^2$, tiếp tuyến của (P) tại $M(1;2)$ và trục Oy là

A. $S = 1$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{1}{3}$. D. $S = \frac{1}{2}$.

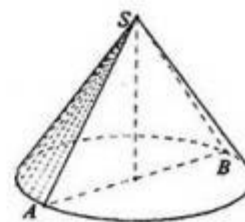
Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

A. $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$. B. $\left[-1; -\frac{1}{3}\right]$. C. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 28: Phương trình $z^2 + z + 3 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$

- A. $P = -5$. B. $P = -\frac{21}{2}$. C. $P = 6$. D. $P = 7$.

Câu 29: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 37\text{cm}$, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).



- A. $S_{xq} = 761,807\text{cm}^2$. B. $S_{xq} = 2867,227\text{cm}^2$.
C. $S_{xq} = 1433,613\text{cm}^2$. D. $S_{xq} = 1612,815\text{cm}^2$.

Câu 30: Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x + 2$.

- A. $y = x + \frac{68}{27}$. B. $y = x + 2$. C. $y = x + \frac{50}{27}$. D. $y = x - \frac{1}{3}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$, $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$. B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$.

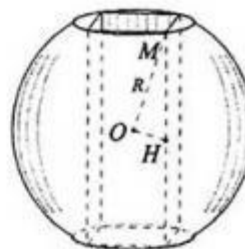
Câu 32: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = \sqrt{17}$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết $MN = 3\sqrt{2}$, gọi H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN$ và K là trung điểm của ON . Tính $l = KH$.

- A. $l = \frac{\sqrt{17}}{2}$. B. $l = 5\sqrt{2}$. C. $l = \frac{3\sqrt{13}}{2}$. D. $l = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33: Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

- A. 5760. B. 15120. C. 1920. D. 1680.

Câu 34: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R = 10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chòm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm của khối cầu, một người thợ mộc đục xuyên tâm của khối cầu gỗ. Người thợ mộc đã đục bỏ đi phần hình hộp chữ nhật có trục của nó trùng với trục hình cầu và có hai mặt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng chứa hai đáy của chòm cầu; hai mặt này là hai hình vuông có đường chéo bằng R (tham khảo hình vẽ bên).



Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

- A. $V = 3215,023\text{ cm}^3$. B. $V = 3322,765\text{ cm}^3$. C. $V = 3268,894\text{ cm}^3$. D. $V = 3161,152\text{ cm}^3$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[4;8]$ và $f(x) \neq 0 \forall x \in [4;8]$. Biết rằng

$$\int_4^8 \frac{[f'(x)]^2}{[f(x)]^4} dx = 1 \text{ và } f(4) = \frac{1}{4}, f(8) = \frac{1}{2}. \text{ Tính } f(6).$$

- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD . Khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{30}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Câu 37: Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos 2x}{1 - \cos x} dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = 1 - a^3 - b^2$.

- A. $P = 9$. B. $P = -29$. C. $P = -7$. D. $P = -27$.

Câu 38: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x^2} + 2\sqrt{(1-x^2)^2}$. Hoi điểm $A(M; m)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

- A. $x^2 + (y-1)^2 = 4$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$. D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Câu 39: Giá trị của $A = \frac{1}{1! \cdot 2018!} + \frac{1}{2! \cdot 2017!} + \frac{1}{3! \cdot 2016!} + \dots + \frac{1}{1008! \cdot 1011!} + \frac{1}{1009! \cdot 1010!}$ bằng

- A. $\frac{2^{2017} - 1}{2018!}$. B. $\frac{2^{2017}}{2018!}$. C. $\frac{2^{2018}}{2019!}$. D. $\frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -2; 3)$, $B(-4; 0; -1)$ và $C(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

- A. $5x + y - 2z + 3 = 0$. B. $2y + z - 7 = 0$. C. $5x + y - 2z - 1 = 0$. D. $2y + z + 1 = 0$.

Câu 41: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 1 \right|$ trên $\left(-\frac{8}{9}; 3 \right)$. Biết $M = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $S = a + b^3$.

- A. $S = 32$. B. $S = 128$. C. $S = 3$. D. $S = 2$.

Câu 42: Từ 15 học sinh gồm 6 học sinh giỏi, 5 học sinh khá, 4 học sinh trung bình, giáo viên muốn lập thành 5 nhóm làm 5 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

- A. $\frac{108}{7007}$. B. $\frac{216}{7007}$. C. $\frac{216}{35035}$. D. $\frac{72}{7007}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 7; 6)$ và $B(2; 4; 3)$. Trên mặt phẳng (Oxy) , lấy điểm $M(a; b; c)$ sao cho $MA + MB$ bé nhất. Tính $P = a^2 + b^3 - c^4$.

- A. $P = 134$. B. $P = -122$. C. $P = -204$. D. $P = 52$.

Câu 44: Số nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\pi; 0]$ của phương trình $\cos x - \cos 2x - \cos 3x + 1 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 45: Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ sao cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại $x = 3$, đồng thời có $y(0) = 3$ và $y(3) = 3$. Hỏi trong không gian $Oxyz$, điểm $M(a; b; c)$ nằm trong mặt cầu nào sau đây?

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+5)^2 = 130$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 40$.
C. $x^2 + y^2 + (z+5)^2 = 90$. D. $(x+5)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2 = 42$.

Câu 46: Giải phương trình $\log_3(x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) = 3 \log_{27}(13x^3 - 11x^2 + 22x - 2)$ ta được bốn nghiệm a, b, c, d với $a < b < c < d$. Tính $P = a^2 + c^2$.

- A. $P = 32$. B. $P = 42$. C. $P = 22$. D. $P = 72$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a, AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{5}$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Câu 48: Gọi $S = \left(-\infty; \frac{a}{b}\right]$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 3$ có hai nghiệm phân biệt. Tính $B = a^2 - b^3$.

- A. $B = 334$. B. $B = -440$. C. $B = 1018$. D. $B = 8$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi P là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và Q là trung điểm của BC . Tính tỉ số thể tích giữa hai khối tứ diện $B'PAQ$ và $A'ABC$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 50: Trên tập hợp số phức cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w + 3$ và $3w - 8i + 13$ với w là số phức. Tính $S = b^2 - c^3$.

- A. $S = -496$. B. $S = 0$. C. $S = -26$. D. $S = 8$.

Đáp án Đề thi thử môn Toán THPTQG năm 2018 sở giáo dục và đào tạo Đà Nẵng

HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

$\overline{ab} \ b$ a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	C	C	C	B	C	C	C	B	B	C
1	D	C	A	B	A	D	D	B	B	B
2	B	B	D	A	B	B	D	A	B	C
3	B	C	D	A	D	B	C	D	D	A
4	A	B	A	D	D	A	C	A	A	A

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{2x+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$. B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải – Chọn C

$$y' = \frac{11}{(2x+3)^2} > 0 \text{ với mọi } x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right).$$

Câu 2: Cho số phức $z = 3 + 5i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M . Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(3; -5)$. B. $M(-3; -5)$. C. $M(3; 5)$ D. $M(5; 3)$

Lời giải – Chọn C

Chú ý rằng số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = 3e^{-x} + x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \ln 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục hoành được tính bằng công thức nào sau đây?

- A. $\pi^2 \int_0^{\ln 2} (3e^{-x} + x)^2 dx$. B. $\int_0^{\ln 2} |3e^{-x} + x| dx$. C. $\pi \int_0^{\ln 2} (3e^{-x} + x)^2 dx$. D. $\pi \int_0^{\ln 2} |3e^{-x} + x| dx$.

Lời giải – Chọn C

Chú ý rằng nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, thể tích hình (H) tạo thành khi quay phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = a$ và $x = b$ quanh trục hoành là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x^2}$ là

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{x} + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. C. $e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. D. $e^{2x} - \frac{1}{x} + C$.

Lời giải – Chọn B

$$\int e^{2x} dx - \int x^{-2} dx = \frac{e^{2x}}{2} - \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{x} + C.$$

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{2}{x-5}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- A. $y = -\frac{2}{5}$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $x = 5$.

Lời giải – Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-5} = 0$$

Câu 6: Phương trình $\tan x = \tan \varphi$ (hằng số φ thuộc R) có nghiệm là

- A. $x = \varphi + k2\pi$ ($k \in Z$). B. $x = \varphi + 2k\pi, x = \pi - \varphi + k2\pi$ ($k \in Z$).
C. $x = \varphi + k\pi$ ($k \in Z$). D. $x = \varphi + 2k\pi, x = -\varphi + k2\pi$ ($k \in Z$).

Lời giải – Chọn C

Chú ý rằng hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn theo chu kỳ π .

Câu 7: Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in R$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_{a^\alpha} b = \log_a b^\alpha$. B. $\log_{a^\alpha} b = \sqrt[\alpha]{\log_a b}$. C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \log_a^\alpha b$.

Lời giải – Chọn C

$$\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b.$$

Câu 8: Tích phân $I = \int_0^2 (x+2)^3 dx$ bằng

- A. $I = 56$. B. 60. C. $I = 240$. D. $I = 120$.

Lời giải – Chọn B

$$I = \frac{(x+2)^4}{4} \Big|_0^2 = 60.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) ?

- A. $A(1; 0)$. B. $D(2; 13)$. C. $C(-1; 3)$. D. $B(-2; -13)$.

Lời giải – Chọn B

Khi $x = 2$ thì $y = 13$ nên $D(2; 13)$ thuộc (C) .

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; -1)$ và $B(2; -1; 7)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 42$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 21$.
C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 21$. D. $(x-8)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = 42$.

Lời giải – Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(4; -2; 3)$ và bán kính $IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{21}$ nên phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 21$.

Câu 11: Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng a là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải – Chọn D

$$V = S_d h = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (3a)^2 \cdot a = \frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$$

Câu 12: Cho các số thực a, m, n và a dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^{m+n} = (a^n)^m$. B. $a^{m+n} = \frac{a^m}{a^n}$. C. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$. D. $a^{m+n} = a^m + n$.

Lời giải – Chọn C

Câu 13: Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 + 8x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$. B. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$.
C. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$. D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$.

Lời giải – Chọn A

Chú ý rằng ta loại luôn đáp án B và C vì các điểm có tọa độ rõ ràng chỉ có thể là điểm cực trị của đồ thị hàm số, không phải hàm số.

$$\text{Xét } y' = -4x^2 + 16x = -4x(x-4).$$

Khi $x = 0$, $y' = 0$ và đồ thị hàm số đổi dấu từ âm sang dương nên $C(0; 1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{-5} = \frac{y+5}{8} = \frac{z-8}{-2}$.

- A. $\vec{u}(-5; -2; 8)$. B. $\vec{u}(5; -8; 2)$. C. $\vec{u}(8; -2; -5)$. D. $\vec{u}(-2; -5; 8)$.

Lời giải – Chọn B

Là các véc tơ cùng phương với véc tơ $(-5; 8; -2)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}(2; 4; -2)$ và $\vec{b}(3; -1; 6)$. Tính $P = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $P = -10$. B. $P = -40$. C. $P = 16$. D. $P = -34$.

Lời giải – Chọn A

$$P = \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 3 + 4 \cdot (-1) + (-2) \cdot 6 = -10$$

Câu 16: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = 4$ với a là tham số. Lúc đó $a^4 - a$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 12. D. 14.

Lời giải – Chọn D

Chú ý rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = 2a$, do đó $2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$, $a^4 - a = 16 - 2 = 14$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$ và $C(1; 2; 0)$ là

- A. $7x - 5y - 3z + 1 = 0$. B. $7x - 5y - 3z + 11 = 0$. C. $5x + 3y + 7z - 17 = 0$. D. $5x + 3y + 7z - 11 = 0$.

Lời giải – Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 1); \overrightarrow{AC} = (1; 3; -2). \text{ Do đó } \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-5; -3; -7).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } ABC: 5x + 3(y + 1) + 7(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 5x + 3y + 7z - 11 = 0.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{23}{10}; \frac{5}{4}\right)$.

Tim M .

- A. $M = -\frac{9801}{250}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{7}{32}$. D. $M = 0$.

Lời giải – Chọn B

$$y' = 6x^2 - 6x = 6x(x - 1). \text{ Do đó } M = f(0) = 1.$$

Câu 19: Bất phương trình $2\log_9(x+2) - \log_3(1-x) \geq 1$ có tập nghiệm là $S = [a; b)$. Tính $P = (4a+1)^2 + b^3$.

- A. $P = -1$. B. $P = 5$. C. $P = 4$. D. $P = 1$.

Lời giải – Chọn B

$$\text{TXĐ: } \begin{cases} x+2 > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

$$\text{Bất phương trình tương đương với: } \log_3 \frac{x+2}{1-x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{x+2}{1-x} \geq 3 \Leftrightarrow x+2 \geq 3-3x \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$$

Do đó $a = \frac{1}{4}; b = 1$ nên $S = 2^2 + 1^3 = 5$.

Câu 20: Phương trình $27.4^x - 30.6^x + 8.9^x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 + 3x + 2 = 0$. B. $x^2 - 3x + 2 = 0$. C. $27x^2 - 30x + 8 = 0$. D. $8x^2 - 30x + 27 = 0$.

Lời giải – Chọn B

Phương trình tương đương: $27\left(\frac{4^x}{9^x}\right) - 30\frac{2^x}{3^x} + 8 = 0$. Đặt $\frac{2^x}{3^x} = t$, phương trình tương đương với

$$27t^2 - 30t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{3} \\ t = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0.$$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = BC = 6$ cm và SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

- A. 6 cm. B. $3\sqrt{2}$ cm. C. $6\sqrt{2}$ cm. D. 3 cm.

Lời giải – Chọn B

Kẻ $BH \perp AC$ ($H \in AC$) thì $BH \perp SB$ (Do $SB \perp (ABC)$), do đó BH là đường vuông góc chung của 2 đường thẳng SB và AC . Dễ thấy $BH = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải – Chọn B

Chiều cao khối chóp: $h = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Do đó $V = \frac{1}{3}a^2 h = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y - 3z + 2 = 0$ và $(Q): -4x + y + 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với 2 đường thẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{6}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{6}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải – Chọn D

Đường thẳng đó có véc tơ chỉ phương: $\vec{u} = [\vec{n_1}; \vec{n_2}] = [(3; -1; -3); (-4; 1; 2)] = (1; 6; -1)$

Câu 24: Cho $\int_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(x)dx = 2018$. Tính $I = \int_1^e \frac{1}{x} f(\ln 2x)dx$.

- A. $I = 2018$. B. $I = 4036$. C. $I = \frac{1009}{2}$. D. $I = 1009$.

Lời giải – Chọn

$$\text{Nhận thấy } (\ln 2x)' = \frac{1}{2x} \cdot 2 = \frac{1}{x} \Rightarrow I = \int_1^e f(\ln 2x) \cdot d(\ln 2x) = \int_{\ln 2}^{\ln 2e} f(t) dt = \int_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(t) dt = 2018.$$

Câu 25: Có bao nhiêu kết quả xảy ra khi bỏ phiếu bầu 1 bí thư, 2 phó bí thư và 1 ủy viên từ 30 đoàn viên thanh niên của một lớp học?

- A. 164430. B. 328860. C. 657720. D. 142506.

Lời giải – Chọn B

$$\text{Số kết quả xảy ra: } C_1^{30} \cdot C_2^{29} \cdot C_1^{27} = 328860$$

Câu 26: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $(P): y = 2x^2$, tiếp tuyến của (P) tại $M(1;2)$ và trục Oy là

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{1}{3}$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải – Chọn B

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại điểm $M: y = 4(x-1) + 2 = 4x - 2$.

$$S = \int_0^1 (2x^2 - 4x + 2) dx = \frac{2}{3}.$$

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

- A. $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$. B. $\left[-1; -\frac{1}{3}\right]$. C. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải – Chọn D

Xét hàm $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$, ta có $f'(x) = 4x^2 - 4x = 4x(x-1)$. Do đó hàm số $f(x)$ có các điểm cực trị là $(0;1)$ và $\left(1; \frac{1}{3}\right)$. (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì $\frac{1}{3} < -m < 1 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

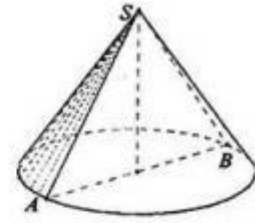
Câu 28: Phương trình $z^2 + z + 3 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$

- A. $P = -5$. B. $P = -\frac{21}{2}$. C. $P = 6$. D. $P = 7$.

Lời giải – Chọn A

$$P = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = (-1)^2 - 2 \cdot 3 = -5$$

Câu 29: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 37\text{cm}$, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).



A. $S_{xq} = 761,807\text{cm}^2$. B. $S_{xq} = 2867,227\text{cm}^2$.

C. $S_{xq} = 1433,613\text{cm}^2$. D. $S_{xq} = 1612,815\text{cm}^2$.

Lời giải – Chọn B

$$S_{xq} = \pi r l \text{ với } l = 2r = \frac{h}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} h \Rightarrow S = \pi \cdot \frac{l^2}{2} = \pi \cdot \frac{2}{3} h^2 = 2867,227 \text{ cm}^2.$$

Câu 30: Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x + 2$.

A. $y = x + \frac{68}{27}$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = x + \frac{50}{27}$.

D. $y = x - \frac{1}{3}$.

Lời giải – Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 4x; y' = 1 \Leftrightarrow -3x^2 + 4x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Khi $x = 1$, tiếp tuyến có phương trình $y = x + 2$ trùng với đường thẳng $y = x + 2$.

Khi $x = \frac{1}{3}$, tiếp tuyến có phương trình $y = x + \frac{50}{27}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$, $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$.

B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải – Chọn B

Gọi $M(2a-3; -2-a; -2-4a)$ thuộc d_1 và $N(-1+3b; -1+2b; 2+3b)$ thuộc d_2 là 2 giao điểm.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (3b-2a+2; 2b+a+1; 3b+4a+4)$. Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 3)$ nên ta có:

$$\frac{3b-2a+2}{1} = \frac{2b+a+1}{2} = \frac{3b+4a+4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(-5; -1; 2)$, điểm này thuộc đường thẳng ở đáp án B.

Câu 32: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = \sqrt{17}$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết $MN = 3\sqrt{2}$, gọi H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN$ và K là trung điểm của ON . Tính $I = KH$.

A. $l = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

B. $l = 5\sqrt{2}$.

C. $l = \frac{3\sqrt{13}}{2}$.

D. $l = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

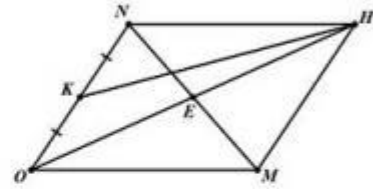
Lời giải – Chọn C

Ghi nhớ: Công thức đường trung tuyến: $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$

Gọi E là giao điểm của OH và MN .

Ta có: $OE^2 = \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} = 17 - \frac{9}{2} = \frac{25}{2} \Rightarrow OH^2 = 50$.

$HK^2 = \frac{HN^2 + HO^2}{2} - \frac{ON^2}{4} = \frac{OM^2 + OH^2}{2} - \frac{ON^2}{4} = \frac{17 + 50}{2} - \frac{17}{4} = \frac{117}{4} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{13}}{2}$.



Câu 33: Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

A. 5760.

B. 15120.

C. 1920.

D. 1680.

Lời giải – Chọn D

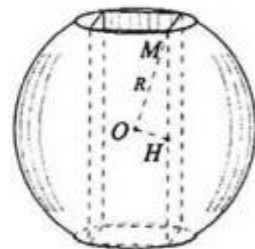
Gọi 4 số đó là $a; a + d; a + 2d; a + 3d$. Theo đề bài: $4a + 6d = 32 \Rightarrow 2a + 3d = 16$.

Lại có $a^2 + (a + d)^2 + (a + 2d)^2 + (a + 3d)^2 = 336 \Leftrightarrow 4a^2 + 12ad + 14d^2 = 336$

$2a = 16 - 3d$ vào, ta tìm được $d = 4$ hoặc $d = -4$.

Ở cả 2 trường hợp đều ra 4 số cần tìm là 2; 6; 10; 14. Tích 4 số này là 1680.

Câu 34: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R = 10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chòm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm của khối cầu, một người thợ mộc đục xuyên tâm của khối cầu gỗ. Người thợ mộc đã đục bỏ đi phần hình hộp chữ nhật có trục của nó trùng với trục hình cầu và có hai mặt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng chứa hai đáy của chòm cầu; hai mặt này là hai hình vuông có đường chéo bằng R (tham khảo hình vẽ bên).



Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

A. $V = 3215,023 \text{ cm}^3$.

B. $V = 3322,765 \text{ cm}^3$.

C. $V = 3268,894 \text{ cm}^3$.

D. $V = 3161,152 \text{ cm}^3$.

Lời giải – Chọn A

Gọi l là tâm của hình tròn đáy của chòm cầu. M là 1 đỉnh của hình hộp thuộc đường tròn $\left(l; \frac{R}{2}\right)$.

Ta có: $IM = \frac{R}{2}$; $OM = R \Rightarrow OI = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}R}{2}$. Do đó khối hộp có chiều cao là $h = \sqrt{3}R = 10\sqrt{3}$.

Thể tích của chòm cầu bị cắt: $V = \int_{\frac{h}{2}}^R \pi(R^2 - x^2)dx = \int_{5\sqrt{3}}^{10} \pi(100 - x^2)dx = 53,87$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật: $V = S_d h = \left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \sqrt{3}R = \frac{\sqrt{3}}{2} R^3 = 866,025$

Thể tích khối cầu ban đầu: $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4188,79$.

Do đó thể tích cần tính: $V = 4188,79 - 866,025 - 2.53,87 = 3215,023$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[4; 8]$ và $f(x) \neq 0 \forall x \in [4; 8]$. Biết rằng

$\int_4^8 \frac{[f'(x)]^2}{[f(x)]^4} dx = 1$ và $f(4) = \frac{1}{4}, f(8) = \frac{1}{2}$. Tính $f(6)$.

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải – Chọn

Ta có: $\int_4^8 \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int_4^8 [f(x)]^{-2} d[f(x)] = \left[\frac{[f(x)]^{-1}}{-1} \right]_4^8 = -\frac{1}{f(8)} + \frac{1}{f(4)} = -2 + 4 = 2$.

Gọi k là 1 hằng số thực. Xét

$$\int_4^8 \left(\frac{f'(x)}{f^2(x)} + k \right)^2 dx = \int_4^8 \frac{[f'(x)]^2}{[f(x)]^4} dx + 2k \int_4^8 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx + k^2 \int_4^8 dx = 1 + 2k \cdot 2 + 4k^2 = (2k+1)^2$$

Chọn $k = -\frac{1}{2}$, ta có $\int_4^8 \left(\frac{f'(x)}{f^2(x)} - \frac{1}{2} \right)^2 dx = 0$, mà $\left(\frac{f'(x)}{f^2(x)} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0$ nên $\left(\frac{f'(x)}{f^2(x)} - \frac{1}{2} \right)^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \frac{x}{2} + C \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x}{2} + C$. Với $x = 4$, ta có $-\frac{1}{f(4)} = 2 + C \Leftrightarrow -4 = 2 + C \Leftrightarrow C = -6$

Do đó $f(x) = \frac{-1}{\frac{x}{2} - 6} = \frac{2}{12 - x}$. Do đó $f(6) = \frac{2}{12 - 6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD . Khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{30}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải – Chọn B

Gọi I là trung điểm của SP . Theo định lý Talet:

$$d_{\frac{1}{2}(HMN)} = \frac{1}{2} d_{\frac{1}{2}(HNP)}. \text{ Ta cần tính } d_{\frac{1}{2}(HMN)}.$$

Bước 1: Tìm $V_{S.HMN}$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.HMN}}{V_{S.HAD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \quad \frac{V_{S.HAD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.HMN} = \frac{1}{16} V_{S.ABCD}. \text{ Giả sử } a = 1$$

$$\text{Để thấy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.HMN} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}.$$

Bước 2: Tìm S_{HMN} . Ta có: $\overline{MH} = -\frac{1}{2} \overline{BS}$ và $\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} \Rightarrow \angle HMN = 180^\circ - \angle SBC$

$$\text{Do đó } \sin \angle HMN = \sin \angle SBC \Rightarrow S_{HMN} = \frac{1}{2} MH \cdot MN \cdot \sin \angle HMN = \frac{1}{4} S_{SBC}.$$

$$\text{Tam giác } SBC \text{ có } SB = BC = 1; SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{2}SH = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow S_{SBC} = \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

$$\text{Do đó } S_{HMN} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{\sqrt{15}}{32}$$

$$\text{Bước 3: Sử dụng công thức: } d_{\frac{1}{2}(HMN)} = \frac{3V_{S.HMN}}{S_{HMN}} = \frac{3}{64} \cdot \frac{32}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{10} \Rightarrow d_{\frac{1}{2}(HMN)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{10} = \frac{\sqrt{15}}{20}.$$

Câu 37: Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos 2x}{1 - \cos x} dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = 1 - a^3 - b^2$.

A. $P = 9$.

B. $P = -29$.

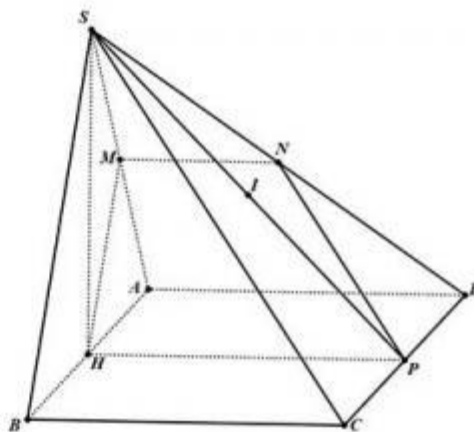
C. $P = -7$.

D. $P = -27$.

Lời giải – Chọn C

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos 2x}{1 - \cos x} dx &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2\cos^2 x - 2 + 1}{1 - \cos x} dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[\frac{1}{1 - \cos x} - 2(1 + \cos x) \right] dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{2\sin^2 \frac{x}{2}} - 2(x + \sin x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin^2 \frac{x}{2}} - \pi + 2 = -\cot \frac{x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \pi + 2 = 3 - \pi \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } a = -1; b = 3 \Rightarrow P = 1 - (-1)^3 - 3^2 = -7.$$



Câu 38: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x^2} + 2\sqrt{(1-x^2)^2}$.
Hỏi điểm $A(M; m)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

A. $x^2 + (y-1)^2 = 4$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$. D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải – Chọn

Đặt $\sqrt{1-x^2} = t$ ($0 \leq t \leq 1$). Ta có: $y = t^3 + 2t^4$; $y' = 8t^3 + 3t^2 = t^2(8t+3)$.

Với $t \in [0; 1]$; $y' \geq 0$ nên $y(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$. Do đó $\begin{cases} M = y(1) = 3 \\ m = y(0) = 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow A(3; 0)$ thuộc đường tròn $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Câu 39: Giá trị của $A = \frac{1}{1!.2018!} + \frac{1}{2!.2017!} + \frac{1}{3!.2016!} + \dots + \frac{1}{1008!.1011!} + \frac{1}{1009!.1010!}$ bằng

A. $\frac{2^{2017}-1}{2018!}$. B. $\frac{2^{2017}}{2018!}$. C. $\frac{2^{2018}}{2019!}$. D. $\frac{2^{2018}-1}{2019!}$.

Lời giải – Chọn D

Cách 1 (Giải theo trắc nghiệm - Tổng quát hóa – Đặc biệt hóa)

Bài toán tổng quát: Cho $A = \frac{1}{1!. (2n)!} + \frac{1}{2!. (2n-1)!} + \frac{1}{3!. (2n-2)!} + \dots + \frac{1}{(n-1)!. (n+2)!} + \frac{1}{n!. (n+1)!}$

Giá trị của A là: A. $\frac{2^{2n-1}-1}{(2n)!}$ B. $\frac{2^{2n-1}}{(2n)!}$ C. $\frac{2^{2n}}{(2n+1)!}$ D. $\frac{2^{2n}-1}{(2n+1)!}$

Đặc biệt hóa: Cho $n = 2$, ta có: $A = \frac{1}{1!.4!} + \frac{1}{2!.3!} = \frac{1}{8}$

Khi $n = 2$ ứng với 4 đáp án A, B, C, D , ta thấy chỉ có đáp án D: $\frac{2^4-1}{5!} = \frac{1}{8}$.

Cách 2 (Làm tự luận)

Ta có: $A = \sum_{k=1}^{1009} \frac{1}{k!. (2019-k)!} \Rightarrow 2019!. A = \sum_{k=1}^{1009} \frac{2019!}{k!. (2019-k)!} = \sum_{k=1}^{1009} C_{2019}^k$

Chú ý rằng $C_{2019}^k = C_{2019}^{2019-k}$ nên $\sum_{k=1}^{1009} C_{2019}^k = \sum_{k=1010}^{2018} C_{2019}^k$

Ngoài ra $(1+1)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k = 2^{2019}$

$\Rightarrow \sum_{k=1}^{1009} C_{2019}^k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2018} C_{2019}^k = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k - 2 \right) = \frac{1}{2} (2^{2019} - 2) = 2^{2018} - 1$. Do đó $A = \frac{2^{2018}-1}{2019!}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -2; 3)$, $B(-4; 0; -1)$ và $C(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

- A. $5x + y - 2z + 3 = 0$. B. $2y + z - 7 = 0$. C. $5x + y - 2z - 1 = 0$. D. $2y + z + 1 = 0$.

Lời giải – Chọn A

(P) đi qua A và G nên (P) đi qua trung điểm của BC là điểm $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -2\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -5\right)$ cùng phương với véc tơ $(-1; 1; -2)$

Mặt phẳng (ABC) có véc tơ pháp tuyến: $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = [(-5; 2; -4); (0; 3; -6)] = (0; -30; -15)$ cùng phương với véc tơ $(0; 2; 1)$.

Vì (P) chứa AM và vuông góc với (ABC) nên (P) có véc tơ chỉ phương:

$$\vec{n}_{(P)} = [(-1; 1; -2); (0; 2; 1)] = (-5; -1; 2)$$

Noài ra (P) qua A(1; -2; 3) nên phương trình (P):

$$-5(x-1) - 1(y+2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 2z + 3 = 0$$

Câu 41: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 1 \right|$ trên $\left(-\frac{8}{9}; 3\right)$. Biết $M = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $S = a + b^3$.

- A. $S = 32$. B. $S = 128$. C. $S = 3$. D. $S = 2$.

Lời giải – Chọn A

Lưu ý: Nếu c, d lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(m; n)$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $(m; n)$ là $\max\{|a|; |b|\}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 1$. Ta có $f'(x) = 2x^2 - 4x = 2x(x-2)$. Ta có bảng biến thiên của hàm số trên $\left[-\frac{8}{9}; 3\right]$ như sau:

x	$-\frac{8}{9}$	0	2	3			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\frac{2293}{2187}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\frac{5}{3}$	$\nearrow$	1

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\min f(x) = -\frac{5}{3}$ và $\max f(x) = 1$ trên $\left(-\frac{8}{9}; 3\right)$

Do đó $M = \max \left\{ \left| -\frac{5}{3} \right|; |1| \right\} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = 5; b = 3$. Do đó $S = a + b^3 = 5 + 3^3 = 32$.

Câu 42: Từ 15 học sinh gồm 6 học sinh giỏi, 5 học sinh khá, 4 học sinh trung bình, giáo viên muốn lập thành 5 nhóm làm 5 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

- A. $\frac{108}{7007}$. B. $\frac{216}{7007}$. C. $\frac{216}{35035}$. D. $\frac{72}{7007}$.

Lời giải – Chọn B

Không gian mẫu: Số cách chia 15 học sinh thành 5 nhóm, mỗi nhóm 3 học sinh:

$$n(\Omega) = \frac{C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3}{5!} = 1401400$$

Vì cả 5 nhóm đều có học sinh giỏi và khá nên sẽ có đúng 1 nhóm có 2 học sinh giỏi, 1 học sinh khá, các nhóm còn lại đều có 1 giỏi, 1 khá và 1 trung bình.

Số kết quả thỏa mãn: $n(P) = C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! = 43200$.

Xác suất cần tính: $\frac{n(P)}{n(\Omega)} = \frac{216}{7007}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 7; 6)$ và $B(2; 4; 3)$. Trên mặt phẳng (Oxy) , lấy điểm $M(a; b; c)$ sao cho $MA + MB$ bé nhất. Tính $P = a^2 + b^3 - c^4$.

- A. $P = 134$. B. $P = -122$. C. $P = -204$. D. $P = 52$.

Lời giải – Chọn A

Phương trình mặt phẳng (Oxy) : $z = 0 \Rightarrow c = 0$.

Lấy điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) . Dễ thấy $A'(5; 7; -6)$.

Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M nằm giữa $A'B$, hay M là giao điểm của $A'B$ với mặt phẳng (Oxy) .

Đường thẳng $A'B$ có $\vec{u} = (1; 1; -3)$ và qua $B(2; 4; 3) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $A'B$:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$$

M là giao của $A'B$ và (Oxy) nên $M(3; 5; 0)$. Do đó $P = 3^2 + 5^3 - 0^4 = 134$.

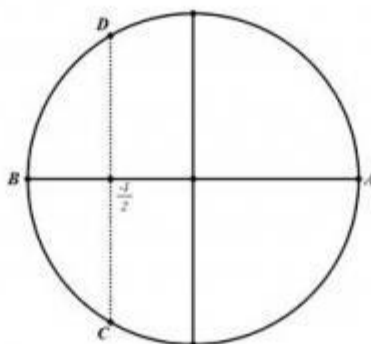
Câu 44: Số nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\pi; 0]$ của phương trình $\cos x - \cos 2x - \cos 3x + 1 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải – Chọn D

Phương trình tương đương với:

$$\begin{aligned}
& \cos x - (2\cos^2 x - 1) - (4\cos^3 x - 3\cos x) + 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow -4\cos^3 x - 2\cos^2 x + 4\cos x + 2 = 0 \\
& \Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 2t - 1 = 0 \quad (t = \cos x) \\
& \Leftrightarrow (t^2 - 1)(2t + 1) = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}
\end{aligned}$$



Trên đường tròn đơn vị, các điểm nghiệm của phương trình là 4 điểm A, B, C, D như hình vẽ. Do đó trên nửa khoảng $[-\pi; 0)$, phương trình có đúng 2 nghiệm (là $-\pi$ và $-\frac{2\pi}{3}$).

Câu 45: Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ sao cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại $x = 3$, đồng thời có $y(0) = 3$ và $y(3) = 3$. Hỏi trong không gian $Oxyz$, điểm $M(a; b; c)$ nằm trong mặt cầu nào sau đây?

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+5)^2 = 130$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 40$.
C. $x^2 + y^2 + (z+5)^2 = 90$. D. $(x+5)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2 = 42$.

Lời giải – Chọn D

Từ $y(0) = 3$ và $y(3) = 3$, ta có: $\begin{cases} c = 3 \\ 27 + 9a + 3b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ 3a + b = -9 \end{cases}$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 3$ nên $y'(3) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^2 + 2a \cdot 3 + b = 0 \Leftrightarrow 6a + b = -27$.

Do đó $a = -6; b = 9; c = 3$. Do đó $M(-6; 9; 3)$ nằm trong mặt cầu ở đáp án D.

Chú ý: Điểm M nằm trong mặt cầu tâm I bán kính R khi và chỉ khi $IM \leq R$.

Câu 46: Giải phương trình $\log_3(x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) = 3\log_{27}(13x^3 - 11x^2 + 22x - 2)$ ta được bốn nghiệm a, b, c, d với $a < b < c < d$. Tính $P = a^2 + c^2$.

- A. $P = 32$. B. $P = 42$. C. $P = 22$. D. $P = 72$.

Lời giải – Chọn

Từ phương trình ta suy ra

$$\begin{aligned} x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20 &= 13x^3 - 11x^2 + 22x - 2 \\ \Leftrightarrow x^4 - 14x^3 + 61x^2 - 82x + 22 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - 8x + 11)(x^2 - 6x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{7} \\ x = 4 - \sqrt{5} \\ x = 3 + \sqrt{7} \\ x = 4 + \sqrt{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Ta đã biết phương trình đã cho có 4 nghiệm nên ta có $a = 3 - \sqrt{7}$; $c = 3 + \sqrt{7}$.

Do đó $P = a^2 + c^2 = 32$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{5}$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải – Chọn

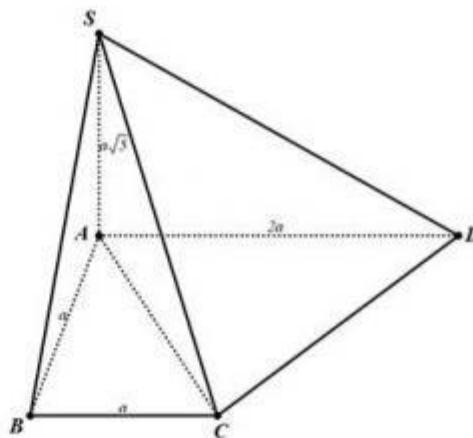
Không mất tính tổng quát, giả sử $a = 1$.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$;
 $B(0;1;0)$; $S(0;0;\sqrt{5})$.

Điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = (1;0;0)$

$\Rightarrow C(1;1;0)$.

$mp(SBC)$ có $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{BC}] = [(0;1;-\sqrt{5}); (1;0;0)]$
 $= (0; -\sqrt{5}; -1)$



$mp(SCD)$ có $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{SD}; \overrightarrow{CD}] = [(2;0;-\sqrt{5}); (1;-1;0)] = (\sqrt{5}; \sqrt{5}; 2)$.

Do đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6}$$

Câu 48: Gọi $S = \left(-\infty; \frac{a}{b}\right]$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 3$ có hai nghiệm phân biệt. Tính $B = a^2 - b^3$.

A. $B = 334$.

B. $B = -440$.

C. $B = 1018$.

D. $B = 8$.

Lời giải – Chọn A

Phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^2 + mx + 1 = x^2 + 6x + 9 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (m-6)x - 8 = 0 \\ x \geq -3 \end{cases} \quad (1)$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt $x_2 > x_1 \geq -3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 \geq -6 \\ (x_1 + 3)(x_2 + 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-6)^2 + 32 > 0 \\ -(m-6) \geq -6 \\ -8 + 3(-m+6) + 9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-m \geq -6 \\ 19-3m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 12 \\ m \leq \frac{19}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{19}{3}$$

Do đó $\frac{a}{b} = \frac{19}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 19 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow B = a^2 - b^3 = 19^2 - 3^3 = 334$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi P là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và Q là trung điểm của BC . Tính tỉ số thể tích giữa hai khối tứ diện $B'PAQ$ và $A'ABC$

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải – Chọn A

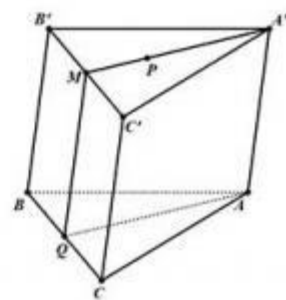
Gọi M là trung điểm của $B'C' \Rightarrow A, M, P$ thẳng hàng.

Do đó $S_{PAQ} = \frac{1}{2} S_{AMQ}$.

$V_{B'PAQ} = \frac{1}{2} V_{B'AMQ}$. Dễ thấy

$V_{B'AMQ} = \frac{1}{3} V_{B'AM,BAQ} \Rightarrow V_{B'AMQ} = \frac{2}{3} V_{B'AM,BAQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{A'B'C',ABC}$

$\Rightarrow V_{PAQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3V_{A'ABC} = \frac{1}{2} V_{A'ABC}$



Câu 50: Trên tập hợp số phức cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w + 3$ và $3w - 8i + 13$ với w là số phức. Tính $S = b^2 - c^3$.

A. $S = -496$.

B. $S = 0$.

C. $S = -26$.

D. $S = 8$.

Lời giải – Chọn

Đặt $z_1 = w + 3 = m + ni$; $z_2 = 3w - 8i + 13 = m - ni$

Ta có: $w = z_1 - 3 = \frac{z_2 + 8i - 13}{3} \Rightarrow m + ni - 3 = \frac{1}{3}(m - ni + 8i - 13) \Leftrightarrow 2m + 4 + (4n - 8)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} -b = z_1 + z_2 = 2m = -4 \\ c = z_1 z_2 = (-2 + 2i)(-2 - 2i) = 4 - 4i^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 8 \end{cases}$. Do đó $b^2 - c^3 = 4^2 - 8^3 = -496$.