Đề bài

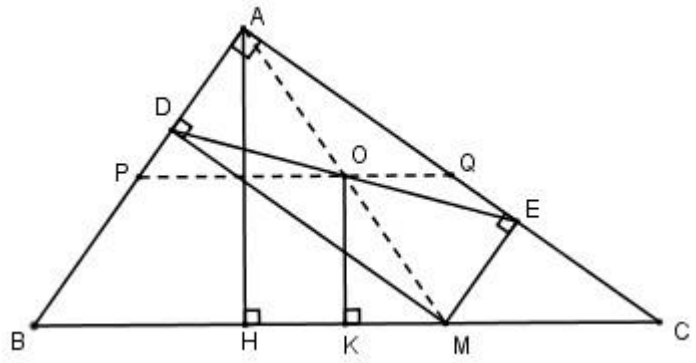
Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy M là một điểm bất kì thuộc cạnh BC. Gọi MD là đường vuông góc kẻ từ M đến AB, ME là đường vuông góc kẻ từ M đến AC, O là trung điểm của DE.

a) Chứng minh rằng ba điểm A,O,M thẳng hàng.

b) Khi điểm M di chuyển trên cạnh BC thì điểm O di chuyển trên đường nào ?

c) Điểm M ở vị trí nào trên cạnh BC thì AM có độ dài nhỏ nhất ?

Lời giải đáp án



a) Tứ giác ADME có nên tứ giác ADME là hình chữ nhật

O là trung điểm của đường chéo DE do đó O cũng là trung điểm của AM.

Vậy A,O,M thẳng hàng

b) Kẻ AH⊥BC.

Cách 1:

Kẻ OK⊥BC. Ta có OA=OM,OK//AH (do cùng vuông góc với BC).

Suy ra $OK = \frac{1}{2}AH$

Điểm O cách đoạn BC cố định một khoảng không đổi bằng $\frac{1}{2}AH.$

Mặt khác khi M trùng C thì O chính là trung điểm của AC, khi M trùng B thì O chính là trung điểm của AB.

Vậy O di chuyển trên đoạn thẳng PQ là đường trung bình của tam giác ABC.

Cách 2:

Vì O là trung điểm của AM nên HO là trung tuyến ứng với cạnh huyền AM. Do đó OA=OH. Suy ra điểm O di chuyển trên đường trung trực của AH.

Mặt khác vì M di chuyển trên đoạn BC. Vậy điểm O di chuyển trên đoạn thẳng PQ là đường trung bình của ABC.

c) Ta có AH là đường cao hạ từ A đến BC do đó AM≥AH. Vậy AM nhỏ nhất khi M trùng H.