

Giải toán lớp 11: Đáp án bài 1 trang 57 SGK đại số và giải tích

1. Đề bài

Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu - Ton:

a) $(a + 2b)^5$;

b) $(a - \sqrt{2})^6$

c) $(x - \frac{1}{x})^{13}$

2. Đáp án

Giải toán lớp 11: Đáp án bài 1 trang 57 SGK đại số và giải tích

a) Theo dòng 5 của tam giác Pascal, ta có:

$$(a + 2b)^5 = a^5 + 5a^4 \cdot 2b + 10a^3 \cdot (2b)^2 + 10a^2(2b)^3 + 5a \cdot (2b)^4 + (2b)^5 = a^5 + 10a^4b + 40a^3b^2 + 80a^2b^3 + 80ab^4 + 32b^5$$

$$\begin{aligned} C2: (a + 2b)^5 &= \sum_{k=0}^5 C_5^k a^{5-k} (2b)^k \\ &= C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 (2b)^1 + C_5^2 a^3 (2b)^2 \\ &\quad + C_5^3 a^2 (2b)^3 + C_5^4 a^1 (2b)^4 + C_5^5 (2b)^5 \\ &= a^5 + 10a^4b + 40a^3b^2 + 80a^2b^3 + 80ab^4 + 32b^5 \end{aligned}$$

b) Theo dòng 6 của tam giác Pascal, ta có:

$$\begin{aligned} (a - \sqrt{2})^6 &= a^6 + 6a^5(-\sqrt{2}) + 15a^4(-\sqrt{2})^2 \\ &\quad + 20a^3(-\sqrt{2})^3 + 15a^2(-\sqrt{2})^4 + 6a(-\sqrt{2})^5 \\ &\quad + (-\sqrt{2})^6 = a^6 - 6\sqrt{2}a^5 + 30a^4 - 40\sqrt{2}a^3 \\ &\quad + 60a^2 - 24\sqrt{2}a + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C2: (a - \sqrt{2})^6 &= \sum_{k=0}^6 C_6^k a^{6-k} (-\sqrt{2})^k \\ &= C_6^0 a^6 + C_6^1 a^5 (-\sqrt{2})^1 + C_6^2 a^4 (-\sqrt{2})^2 \\ &\quad + C_6^3 a^3 (-\sqrt{2})^3 + C_6^4 a^2 (-\sqrt{2})^4 \\ &\quad + C_6^5 a^1 (-\sqrt{2})^5 + C_6^6 (-\sqrt{2})^6 \\ &= a^6 - 6\sqrt{2}a^5 + 30a^4 - 40\sqrt{2}a^3 + 60a^2 \\ &\quad - 24\sqrt{2}a + 8 \end{aligned}$$

c) Theo công thức nhị thức Niu – Tơn, ta có:

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^{13} &= \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k x^{13-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k (-1)^k x^{13-2k} \end{aligned}$$

Nhận xét: Trong trường hợp số mũ n khá nhỏ (chẳng hạn trong các câu a) và b) trên đây) thì ta có thể sử dụng tam giác Pascal để tính nhanh các hệ số của khai triển.

Giải toán lớp 11: Đáp án bài 1 trang 57 SGK đại số và giải tích