

## Giải bài 14 trang 77 sách giáo khoa hình học lớp 9

### Đề bài:

Sử dụng định nghĩa tỉ số các lượng giác của một góc nhọn để chứng minh rằng: Với góc nhọn  $\alpha$  tùy ý, ta có:

$$a) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$$

$$b) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Gợi ý: Sử dụng định lý Py-ta-go.

### Hướng dẫn giải:

+) Áp dụng công thức tính tỉ số lượng giác của một góc nhọn:

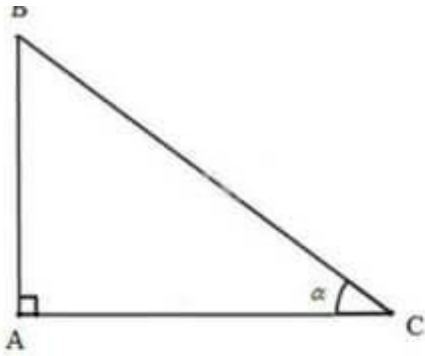
$$\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}; \quad \cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}};$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}; \quad \cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}.$$

+) Sử dụng định lý Pytago trong tam giác vuông:  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , khi đó:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

### Đáp án:



a)  $\Delta ABC$ , vuông tại  $A$ , theo định nghĩa tỷ số lượng giác của góc nhọn, ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AB}{BC}, \quad \cos \alpha = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{AB}{AC}, \quad \cot \alpha = \frac{AC}{AB}$$

\* Chứng minh  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ .

$$\begin{aligned} VP &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{AB}{BC} : \frac{AC}{BC} = \frac{AB}{BC} \cdot \frac{BC}{AC} \\ &= \frac{AB \cdot BC}{BC \cdot AC} = \frac{AB}{AC} = \tan \alpha = VT \end{aligned}$$

\* Chứng minh  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ .

$$\begin{aligned} VP &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{AC}{BC} : \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BC}{AB} \\ &= \frac{AC \cdot BC}{BC \cdot AB} = \frac{AC}{AB} = \cot \alpha = VT \end{aligned}$$

\* Chứng minh  $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ .

Ta có:  $VT = \tan \alpha \cdot \cot \alpha$

$$= \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{AB \cdot AC}{AC \cdot AB} = 1 = VP$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned}VT &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \\ &= \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} \\ &= \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1\end{aligned}$$

Vì  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , áp dụng định lí Pytago, ta được:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

*Nhận xét:* Ba hệ thức:

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ;  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  và  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  là những hệ thức cơ bản bạn cần nhớ để giải một số bài tập khác.