

Đề bài

Cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$$

- Giải phương trình $f(\sin x) = 0$.
- Giải phương trình $f'(\cos x) = 0$.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

Hướng dẫn giải

+) Tính đạo hàm $f'(x)$ và $f''(x)$

- Thay $X = \sin X$ vào phương trình $f'(x) = 0$ để giải phương trình lượng giác tìm nghiệm x
- Thay $X = \cos X$ vào phương trình $f''(x) = 0$ để giải phương trình lượng giác tìm nghiệm x
- Giải phương trình $f''(x) = 0$ để tìm nghiệm X_0

+) Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số theo công thức: $Y = F'(X_0)(X - X_0) + y(X_0)$

Đáp án bài 12 trang 47 sgk giải tích lớp 12

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^2 - x - 4$$

$$\Rightarrow f''(x) = 2x - 1$$

a) Ta có:

$$f'(\sin x) = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x - \sin x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad (1)$$

$$\text{Do } \frac{1 - \sqrt{17}}{2} < -1, \frac{1 + \sqrt{17}}{2} > 1$$

Suy ra (1) vô nghiệm.

b) Ta có:

$$f''(\cos x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

c) Nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ là $x = \frac{1}{2}$

Ta có:

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 4 = \frac{-17}{4}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 6 = \frac{47}{12}$$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm có dạng:

$$y = \frac{-17}{4}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{47}{12} \Leftrightarrow y = -\frac{17}{4}x + \frac{145}{24}$$