

GIẢI BÀI 10 TRANG 46 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

Đề bài

Cho hàm số: $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ (m là tham số) có đồ thị (C_m) .

- Biện luận theo m số cực trị của hàm số.
- Với giá trị nào của m thì (C_m) cắt trục hoành?
- Xác định m để (C_m) có cực đại, cực tiểu.

Hướng dẫn giải

- Số cực trị của hàm số là số nghiệm của phương trình: $Y' = 0$. Biện luận số cực trị của hàm số tức là biện luận số nghiệm của phương trình $Y' = 0$
- (C_m) cắt trục hoành \Leftrightarrow phương trình $Y = f(x) = 0$ có nghiệm.
- Hàm số có cực đại và cực tiểu \Leftrightarrow phương trình $Y' = F'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Đáp án bài 10 trang 46 sgk giải tích lớp 12

a) $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1 (C_m)$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m)$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases} .$$

+) Với $m \leq 0$ thì y' có một nghiệm $x = 0$ và đổi dấu + sang - khi qua nghiệm này. Do đó hàm số có một cực đại là $x = 0$

+) Với $m > 0$ hàm số có 3 cực trị.

x	$-\infty$	$-\sqrt{m}$	0	\sqrt{m}	$+\infty$
y'		+	0	-	0
		+	0	-	

Do đó, hàm số có 2 cực đại tại $x = \pm\sqrt{m}$ và có một cực tiểu tại $x = 0$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C_m) và trục hoành là:

$$\begin{aligned} -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^4 - 1) - 2m(x^2 - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) - 2m(x^2 - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 2m + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 2m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x^2 = 2m - 1 \end{cases} . \end{aligned}$$

Ta thấy phương trình hoành độ giao điểm luôn có nghiệm $x = \pm 1$ với mọi m nên (C_m) luôn cắt trục hoành.

c) Theo lời giải câu a, ta thấy ngay: với $m > 0$ thì đồ thị (C_m) có cực đại và cực tiểu.