

GIẢI BÀI 7 TRANG 46 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

Đề bài

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + 1$

b) Dựa vào đồ thị (C), biện luận số nghiệm của phương trình sau theo m : $x^3 + 3x^2 + 1 = \frac{m}{2}$

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị (C)

Hướng dẫn giải

a) Khảo sát hàm số và vẽ đồ thị hàm số qua các bước đã học.

b) Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{m}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{m}{2}$. Dựa vào đồ thị để biện luận số nghiệm.

c) Xác định tọa độ các điểm cực trị của hàm số. Sau đó sử dụng công thức sau để lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

$A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}.$$

Đáp án bài 7 trang 46 sgk giải tích lớp 12

a) $y = x^3 + 3x^2 + 1$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

* Sự biến thiên:

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$

$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

- Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$; $y_{CD} = 5$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = 1$.

- Giới hạn:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

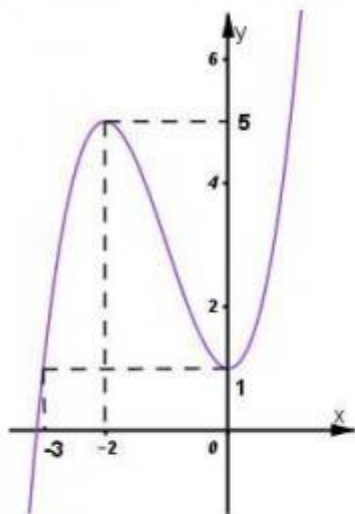
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		5		1	$+\infty$

Đồ thị:

Đồ thị hàm số giao Oy tại $(0; 1)$

Đồ thị hàm số nhận $I(-1; 3)$ làm tâm đối xứng.



b) Số nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 + 1 = \frac{m}{2}$ chính là số giao điểm của (C) và đường thẳng $(d): y = \frac{m}{2}$

Từ đồ thị ta thấy:

- Với $\frac{m}{2} < 1 \Leftrightarrow m < 2$: (d) cắt (C) tại 1 điểm, phương trình có 1 nghiệm
 - Với $\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 2$: (d) tiếp xúc với (C) tại 1 điểm và cắt (C) tại 1 điểm, phương trình có hai nghiệm.
 - Với $1 < \frac{m}{2} < 5 \Leftrightarrow 2 < m < 10$: (d) cắt (C) tại 3 điểm, phương trình có 3 nghiệm.
 - Với $\frac{m}{2} = 5 \Leftrightarrow m = 10$: (d) cắt (C) tại 1 điểm và tiếp xúc với (C) tại 1 điểm, phương trình có hai nghiệm.
 - Với $\frac{m}{2} > 5 \Leftrightarrow m > 10$: (d) cắt (C) tại 1 điểm, phương trình có 1 nghiệm
- c) Ta thấy hàm số có điểm cực đại là $(-2, 5)$, điểm cực tiểu là $(0, 1)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm này có phương trình là: $\frac{y-1}{4} = \frac{x}{-2} \Leftrightarrow y = -2x + 1$.