

ĐÁP ÁN BÀI 6 TRANG 45 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH 12

Đề bài

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C) của hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 2$.
- Giải bất phương trình $F'(X - 1) > 0$
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ X_0 biết rằng $F''(X_0) = -6$

Hướng dẫn giải

- Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số qua các bước đã học.
- Tính đạo hàm $Y = F'(X)$ hay $X = X - 1$ để tính $f'(x - 1)$ và giải bất phương trình $F'(X - 1) > 0$
- Giải phương trình $F''(X_0) = -6$ để tìm X_0 Sau đó viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) theo công thức: $Y = Y'(X_0)(X - X_0) + Y(X_0)$

Đáp án bài 6 trang 45 sgk giải tích lớp 12

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

* Sự biến thiên:

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 9$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3(x+1)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}.$$

- Hàm số đồng biến trên khoảng: $(-1; 3)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$

- Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$; $y_{CD} = 29$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; $y_{CT} = -3$

- Giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

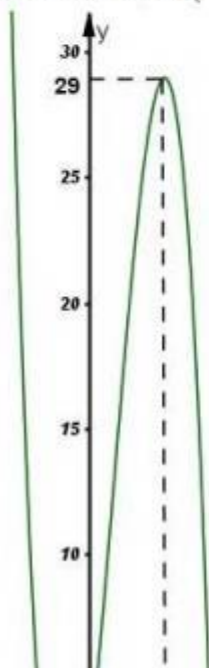
-Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		29		$-\infty$

* Đồ thị

Đồ thị hàm số giao trục Oy tại điểm $(0; 2)$

Đồ thị hàm số nhận $I(1; 13)$ làm tâm đối xứng.



b) Ta có: $f'(x - 1) > 0$

$$\Leftrightarrow -3(x - 1)^2 + 6(x - 1) + 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow -3(x^2 - 2x + 1) + 6x - 6 + 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 6x - 3 + 6x - 6 + 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 12x > 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x > 0$$

$$\Leftrightarrow x(4 - x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$$

c) Ta có: $f''(x) = -6x + 6$

Theo bài: $f''(x_0) = -6 \Rightarrow -6x_0 + 6 = -6 \Rightarrow x_0 = 2$

Vậy phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $x_0 = 2$ là:

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2)$$

$$y = (-3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 + 9)(x - 2) + (-2^3 + 3 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 + 2)$$

$$y = 9(x - 2) + 24 = \mathbf{9x + 6}$$

$y = 2x^2 + 2mx + m - 1$ (C_m). Đây là hàm số bậc hai, đồ thị là parabol quay bề lõm lên phía trên.

a) Với $m = 1$ ta có hàm số: $y = 2x^2 + 2x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

* Sự biến thiên:

Ta có: $y' = 4x + 2$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

+) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\frac{1}{2}; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$

+) Cực trị:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{1}{2}$; $y_{CT} = -\frac{1}{2}$

+) Giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$$

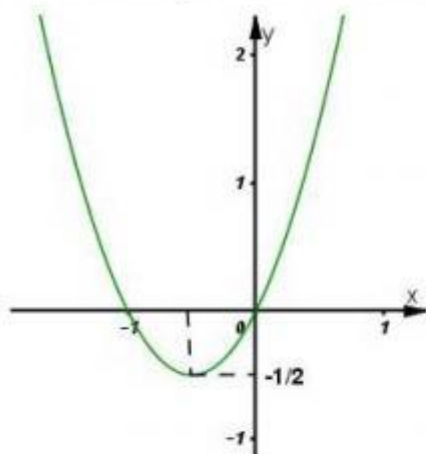
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		0	
		-	+
y	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$

*Đồ thị

*Đồ thị

Đồ thị hàm số giao trục Ox tại hai điểm $(-1; 0)$ và $(0; 0)$



b) Tổng quát $y = 2x^2 + 2mx + m - 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\text{Có } y' = 4x + 2m = 0 \Rightarrow y' = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2m = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{m}{2}$$

Suy ra $y' > 0$ với $x > -\frac{m}{2}$; $y' < 0$ với $x < -\frac{m}{2}$, tức là hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -\frac{m}{2})$ và đồng biến trên $(-\frac{m}{2}; +\infty)$

i) Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ thì phải có điều kiện $(-1; +\infty) \subset (-\frac{m}{2}; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -\frac{m}{2} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq 2$$

ii) Hàm số đạt cực trị tại $x = -\frac{m}{2}$.

Để hàm số đạt cực trị trong khoảng $(-1; +\infty)$, ta phải có:

$$-\frac{m}{2} \in (-1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{m}{2} > -1 \Leftrightarrow 1 > \frac{m}{2} \Leftrightarrow m < 2$$

c) (C_m) luôn cắt Ox tại hai điểm phân biệt $x = -\frac{m}{2}$

\Leftrightarrow phương trình $2x^2 + 2mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Ta có: $\Delta' = m^2 - 2m + 2 = (m - 1)^2 + 1 > 0 \forall m$

Vậy (C_m) luôn cắt Ox tại hai điểm phân biệt.