

GIẢI BÀI 4 TRANG 44 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

Đề bài

Bằng cách khảo sát hàm số, hãy tìm số nghiệm của các phương trình sau:

a) $x^3 - 3x^2 + 5 = 0$;

b) $-2x^3 + 3x^2 - 2 = 0$;

c) $2x^2 - x^4 = -1$.

Hướng dẫn giải

+) Khảo sát sự biến thiên của các hàm số $y = f(x)$ lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị hàm số.

+) Số nghiệm của phương trình $f(x) = a$
là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = a$

+) Khi đó dựa vào đồ thị hàm số để xác định số giao điểm và kết luận.

Đáp án bài 4 trang 44 sgk giải tích lớp 12

Bài 5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

Toán lớp 12 – Giải Tích lớp 12 - Chương 1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số

a) Xét hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 5$

+) Tập xác định: $D = R$.

+) Sự biến thiên:

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CD} = 5$.

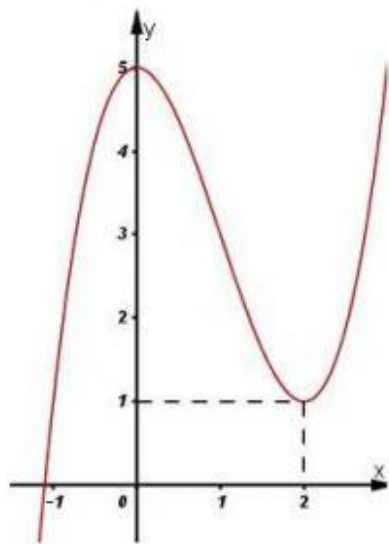
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$; $y_{CT} = 1$.

+) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

+) Đồ thị hàm số:



Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; 5)$.

Số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 5 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ và trục hoành.

Từ đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

$$b) -2x^3 + 3x^2 - 2 = 0.$$

$$\text{Ta có: } Pt \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = -2.$$

$$\text{Xét hàm số: } y = 2x^3 - 3x^2.$$

Tập xác định: $D = R$.

$$\text{Ta có: } y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CD} = 0$.

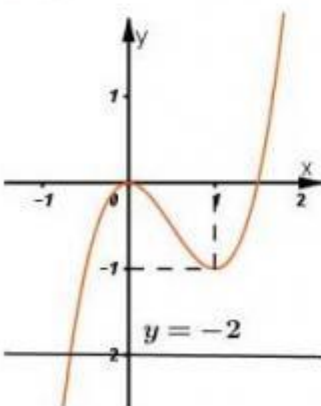
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$; $y_{CT} = -1$.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Đồ thị:



Số nghiệm của phương trình $-2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2$ và đường thẳng $y = -2$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = -2$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2$ tại 1 điểm duy nhất.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

c) $2x^2 - x^4 = -1$.

Xét hàm số: $y = 2x^2 - x^4$.

Tập xác định: $D = R$.

Sự biến thiên: $y' = 4x - 4x^3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số đạt cực đại tại hai điểm $x = -1$ và $x = 1$; $y_{CD} = 1$.

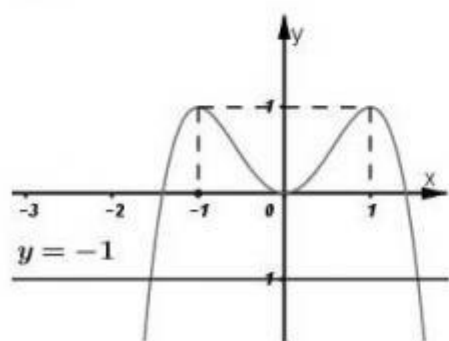
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = 0$.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	1	0	1	$-\infty$

Đồ thị:



Số nghiệm của phương trình $2x^2 - x^4 = -1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x^4$ và đường thẳng $y = -1$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x^4$ tại hai điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.