

# GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 5 TRANG 18 SGK GIẢI TÍCH

## Đề bài.

Tìm  $a$  và  $b$  để các cực trị của hàm số

$$y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$$

đều là những số dương và  $x_0 = -\frac{5}{9}$  là điểm cực đại.

## Hướng dẫn giải

Xét hai trường hợp  $a = 0$  và  $a \neq 0$ .

TH1:  $a = 0$ , hàm số là hàm bậc nhất, luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên  $\mathbf{R}$  (phụ thuộc vào hệ số  $a$ ).

TH2:  $a \neq 0$ , hàm số là hàm đa thức bậc ba.

Điều kiện để hàm đa thức bậc ba có các điểm cực trị (tương đương với điều kiện hàm đa thức bậc ba có 2 điểm cực trị) là phương trình  $y' = 0$  có 2 nghiệm dương phân biệt.

+) Tính  $y'$ , giải phương trình  $y' = 0$  và suy ra các nghiệm của phương trình đó.

+) Chia trường hợp  $a < 0$  và  $a > 0$  và lập BBT trong từng trường hợp. Suy ra các cực trị của hàm số trong từng trường hợp và cho các cực trị của hàm số là những số dương

## Đáp án bài 5 trang 18 sgk giải tích lớp 12

TH1:  $a = 0$  hàm số trở thành  $y = -9x + b$ .

TXĐ:  $D = \mathbf{R}$ .

Trường hợp này hàm số có  $a = -1 < 0$  nên hàm số luôn nghịch biến trên  $\mathbf{R}$ . Do đó hàm số không có cực trị.

TH2:  $a \neq 0$ . TXĐ:  $D = \mathbf{R}$ .

Ta có :

$$y' = 5a^2x^2 + 4ax - 9 = 0$$

$$\Delta' = (2a)^2 + 5a^2 \cdot 9 = 49a^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2a+7a}{5a^2} = \frac{1}{a} \\ x = \frac{-2a-7a}{5a^2} = \frac{-9}{5a} \end{cases}$$

- Với  $a < 0$  ta có  $\frac{1}{a} < \frac{-9}{5a}$ .

Bảng biến thiên :

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{a}$	$\frac{-9}{5a}$	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta có  $x_{CĐ} = \frac{1}{a}$ .

Theo giả thiết  $x_0 = -\frac{5}{9}$  là điểm cực đại nên  $\frac{1}{a} = -\frac{5}{9} \Leftrightarrow a = \frac{-9}{5}$ .

$$y_{CT} = y\left(\frac{-9}{5a}\right) = y(1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{-9}{5}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{-9}{5}\right) - 9 + b > 0 \Leftrightarrow b > \frac{36}{5}$$

- Với  $a > 0$  ta có  $\frac{1}{a} > \frac{-9}{5a}$ . bảng biến thiên :

$x$	$-\infty$	$\frac{-9}{5a}$	$\frac{1}{a}$	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta có  $x_{CĐ} = \frac{-9}{5a}$ .

Vì  $x_0 = -\frac{5}{9}$  là điểm cực đại nên  $\frac{-9}{5a} = -\frac{5}{9} \Leftrightarrow a = \frac{81}{25}$  (tm). Theo yêu cầu bài toán thì:

$$y(x) = y\left(\frac{1}{a}\right) = y\left(\frac{25}{81}\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{81}{25}\right)^2 \cdot \left(\frac{25}{81}\right)^3 + 2 \cdot \frac{81}{25} \cdot \left(\frac{25}{81}\right)^2 - 9 \cdot \frac{25}{81} + b > 0$$

$$\Leftrightarrow b > \frac{400}{243}.$$

Vậy các giá trị  $a, b$  cần tìm là:  $\begin{cases} a = \frac{-9}{5} \\ b > \frac{36}{5} \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} a = \frac{81}{25} \\ b > \frac{400}{243} \end{cases}$ .