

GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 2 TRANG 18 SGK GIẢI TÍCH

Đề bài. Áp dụng quy tắc II, hãy tìm các điểm cực trị của hàm số sau:

a) $y = x^4 - 2x^2 + 1$; b) $y = \sin 2x - x$;
c) $y = \sin x + \cos x$; d) $y = x^5 - x^3 - 2x + 1$.

Hướng dẫn giải.

Quy tắc II tìm cực trị của hàm số.

- Bước 1: Tìm tập xác định.
- Bước 2: Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)=0$ và kí hiệu là các nghiệm của nó.
- Bước 3: Tính $f''(x)$ và $f'''(x)$.
- Bước 4: Dựa vào dấu của $f''(x)$ suy ra tính chất cực trị của điểm X_i .

Đáp án bài 2 trang 18 sgk giải tích lớp 12

a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1);$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1.$$

$$y'' = 12x^2 - 4$$

$$y''(0) = -4 < 0 \text{ nên hàm số đạt cực đại tại } x = 0,$$

$$y_{\text{CD}} = y(0) = 1.$$

$$y''(\pm 1) = 8 > 0 \text{ nên hàm số đạt cực tiểu tại } x = \pm 1,$$

$$y_{\text{CT}} = y(\pm 1) = 0.$$

b) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 2\cos 2x - 1;$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi.$$

$$y'' = -4\sin 2x.$$

$y''\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = -2\sqrt{3} < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$,

$$y_{\text{CD}} = \sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) - \frac{\pi}{6} - k\pi = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} - k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$y''\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\sin\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = 2\sqrt{3} > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$,

$$y_{\text{CT}} = \sin\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) + \frac{\pi}{6} - k\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} - k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

c) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$y' = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

$$y'' = -\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$y''\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = -\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + k\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$$

$$= \begin{cases} -\sqrt{2} & \text{nếu } k \text{ chẵn} \\ \sqrt{2} & \text{nếu } k \text{ lẻ} \end{cases}$$

Do đó hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$,

đạt cực tiểu tại các điểm $x = \frac{\pi}{4} + (2k + 1)\pi (k \in \mathbb{Z})$.

d) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 5x^4 - 3x^2 - 2 = (x^2 - 1)(5x^2 + 2); y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$$y'' = 20x^3 - 6x.$$

$$y''(1) = 14 > 0 \text{ nên hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1,$$

$$y_{CT} = y(1) = -1.$$

$$y''(-1) = -14 < 0 \text{ hàm số đạt cực đại tại } x = -1,$$

$$y_{CD} = y(-1) = 3.$$