

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT VIỆT ĐỨC

KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG
MÔN TOÁN LỚP 12 NĂM HỌC 2017 – 2018

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$
- C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$

Câu 2: Hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ đối xứng nhau qua đường thẳng

- A. $y = x - 1$
- B. $y = 2x - 1$
- C. $3x - 6y - 13 = 0$
- D. $x - 2y - 3 = 0$

Câu 3: Cho hình chóp S.ABC, trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho

$SA' = \frac{2}{3}SA, SB' = \frac{5}{6}SB, SC' = \frac{k}{k+1}SC$. Biết rằng $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$. Lựa chọn phương án đúng.

- A. $k=6$
- B. $k=7$
- C. $k=8$
- D. $k=9$

Câu 4: Cho $(C_m): f(x) = x^4 + 2mx^2 + m$. Tìm m để (C_m) có ba cực trị.

- A. $m < 0$
- B. $m = 0$
- C. $m > 0$
- D. $m \geq 0$

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3
- B. 1
- C. 4
- D. 2

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là:

- A. $\min y = 3$
- B. $\min y = -1$
- C. $\min y = 5$
- D. $\min y = \frac{-7}{3}$

Câu 7: Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+1)x + 1$ nghịch biến trên tập xác định của nó khi:

- A. $-2 < m < -1$
- B. $m < -2$
- C. $m > -1$
- D. $-2 \leq m \leq -1$

Câu 8: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$

- A. $\max_{[1;3]} f(x) = -6$
- B. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$
- C. $\max_{[1;3]} f(x) = 0$
- D. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$

Câu 9: Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$ B. $y = \frac{\sqrt{x^4+3x^2+7}}{2x-1}$ C. $\frac{3}{x-2}+1$ D. $\frac{3}{x^2-1}$

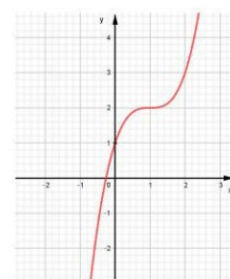
Câu 10: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là

A. $(-1; 2)$ B. $(1; -2)$ C. $(1; 0)$ D. $(-1; 0)$

Câu 11: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 1 + \sqrt{4 - x^2}$ lần lượt là M và m, chọn câu trả lời đúng

A. $M = \sqrt{2} + 1; m = -1$ B. $M = 2\sqrt{2} + 1; m = 1$
C. $M = 2\sqrt{2} + 1; m = -1$ D. $M = 3; m = 1$

Câu 12: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		-	0	+
y	$-\infty \nearrow 1$		$\searrow -2 \nearrow$		$-\infty \nearrow 3$

A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 14: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3a$, $AC = 4a$, $SA = 4a$. Thể tích khối chóp S.ABC là:

A. $2a^3$ B. $6a^3$ C. $8a^3$ D. $9a^3$

Câu 15: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', trên các cạnh AA', BB' lấy các điểm M, N sao cho $AA' = 4A'M$, $BB' = 4B'N$. Mặt phẳng (C'MN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể

tích khối chóp C'.A'B'MN và V_2 là thể tích khối đa diện ABCMNC'. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$ C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{5}$ D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$

Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , đỉnh A' cách đều ba đỉnh A, B, C . Cạnh bên AA' tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{a^3}{8}$

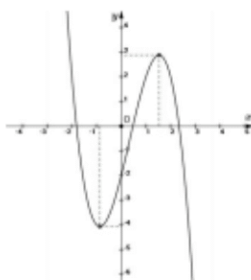
Câu 17: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

- A. $\min_{\mathbb{R}} y = 0$ B. $\min_{\mathbb{R}} y = 3$ C. $\min_{\mathbb{R}} y = 3 + \sqrt{5}$ D. $\min_{\mathbb{R}} y = 5$

Câu 18: Tìm m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 3.

- A. $m > 6$ B. $m \in (0; 6)$ C. $m < 0$ D. $m < 0$ hoặc $m > 6$

Câu 19: Hình sau đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$
C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$

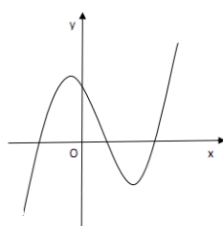
Câu 20: Khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$ là

- A. $(0; 1)$ B. $(0; 2)$ C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ D. $(-1; 1)$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ D. $2\sqrt{3}a^3$

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab < 0, bc > 0, cd > 0$

B. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$

C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$

D. $ab < 0, bc < 0, cd < 0$

Câu 23: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$ nghịch biến trên:

A. $(-3; +\infty)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(-3; 1)$

D. $(-\infty; -3); (1; +\infty)$

Câu 24: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

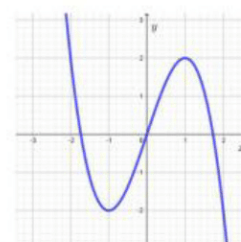
A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 25: Đường cong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x$

B. $y = x^4 - x^2 + 1$

C. $y = -x^3 + 3x - 1$

D. $y = -x^3 + 3x$

Câu 26: Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ đối xứng nhau qua đường thẳng

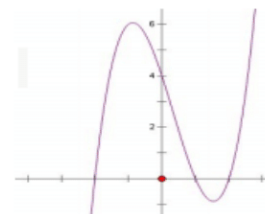
A. $y = x + 1$

B. $x - 2y + 1 = 0$

C. $x + 2y - 2 = 0$

D. $2x - 4y - 1 = 0$

Câu 27: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2-4)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = |x-1|(x^2-4)$ là hình nào dưới đây?

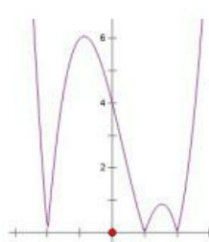


A. Hình 1

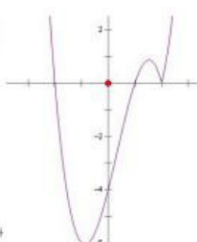
B. Hình 2

C. Hình 3

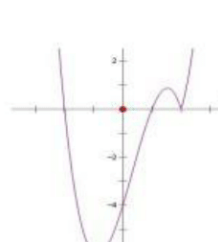
D. Hình 4



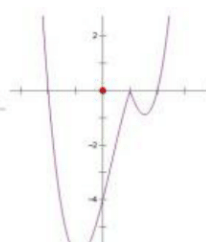
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Câu 28: Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

A. $-2 < m \leq 1$

B. $-2 < m < 2$

C. $-2 \leq m \leq 2$

D. $m > 2$

Câu 29: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với tâm O của tam giác ABC . Biết $A'O = a$. Tính khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(A'BC)$

A. $\frac{3a}{\sqrt{21}}$

B. $\frac{3a}{4}$

C. $\frac{3a}{\sqrt{13}}$

D. $\frac{3a}{\sqrt{28}}$

Câu 30: Đồ thị (C): $y = -x^4 + 2x^2$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác. Chu vi tam giác đó là

A. $2 + 2\sqrt{2}$

B. $1 + \sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. 3

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	0	1	2	3
y'	-	+	-	
y				

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 3

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{11}{3}$

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{11}{3}$ và đạt cực tiểu tại

Câu 32: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có các điểm cực đại $A(-2; 2)$ và điểm cực tiểu $B(0; -2)$ thì phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có hai nghiệm khi

A. $-2 < m < 2$

B. $m = -2$ hoặc $m = 2$

C. $m > 2$

D. $m < -2$

Câu 33: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 8a$, $AC = 6a$, hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với trung điểm của BC , $AA' = 10a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $120\sqrt{3}a^3$

B. $15\sqrt{3}a^3$

C. $405\sqrt{3}a^3$

D. $960\sqrt{3}a^3$

Câu 34: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, trên các cạnh AA' , BB' lấy các điểm M , N sao cho $AA' = 3A'M$, $BB' = 3B'N$. Mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $C'.A'B'MN$, V_2 là thể tích của khối đa diện $ABCMNC'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{7}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{7}$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{7}$

Câu 35: Cho hình chóp S.ABCD sao cho hai tam giác ADB và DBC có diện tích bằng nhau. Lấy điểm M, N, P, Q trên các cạnh SA, SB, SC, SD sao cho $SA = 2SM, SB = 2SN, SC = 4SP, SD = 5SQ$. Gọi $V_1 = V_{S.ABCD}, V_2 = V_{S.MNPQ}$. Chọn phương án đúng

- A. $V_1 = 40V_2$ B. $V_1 = 20V_2$ C. $V_1 = 60V_2$ D. $V_1 = 120V_2$

Câu 36: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2} \cos 2x + 4 \sin x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

- A. $\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = 4 - \sqrt{2}$ B. $\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = 2\sqrt{2}$ C. $\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \sqrt{2}$ D. $\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = 0$

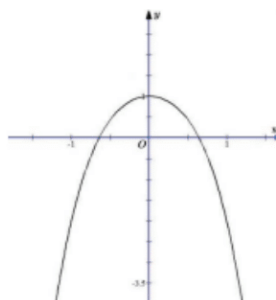
Câu 37: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 38: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$, góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp S.ABC là:

- A. $\frac{125\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $\frac{16\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 39: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$ C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 40: Cho chóp S.ABC có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a, SA = 5a$. Gọi D, E là hình chiếu của A trên SB, SC. Thể tích khối chóp A.BCED là

- A. $\frac{85a^3}{1352}$ B. $\frac{22a^3}{289}$ C. $\frac{19a^3}{200}$ D. $\frac{3a^3}{25}$

Câu 41: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(-1; 0); (1; +\infty)$ B. Đồng biến trên $\mathbb{R}$ C. $(-\infty; -1); (0; 1)$ D. $(-1; 0); (0; 1)$

Câu 42: Cho lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh $3a$, góc $BAD = 120^\circ; AA' = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho

A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$ C. $40\sqrt{3}a^3$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 43: Trong bài thi thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất? Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m.

A. $\frac{200\sqrt{2}}{3}(m)$ B. $75\sqrt{2}(m)$ C. $75\sqrt{3}(m)$ D. $\frac{200\sqrt{3}}{3}(m)$

Câu 44: Trong hệ tọa độ Oxy có 8 điểm nằm trên tia Ox và 5 điểm nằm trên tia Oy. Nối một điểm trên tia Ox và một điểm trên tia Oy ta được 40 đoạn thẳng. Hỏi 40 đoạn thẳng này cắt nhau tại bao nhiêu giao điểm nằm trong góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ xOy (Biết rằng không có bất kì 3 đoạn thẳng nào đồng quy tại 1 điểm).

A. 260 B. 290 C. 280 D. 270

Câu 45: Cho hình chóp S.ABC có thể tích V. M, N, P là các điểm trên tia SA, SB, SC thỏa mãn $SM = \frac{1}{4}SA, SN = \frac{1}{3}SB, SP = 3SC$. Thể tích của khối chóp S.MNP theo V

A. $\frac{V}{5}$ B. $\frac{V}{4}$ C. $\frac{V}{3}$ D. $\frac{V}{2}$

Câu 46: Cho khối lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều ba điểm A, B, C. Cạnh bên AA' tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C'

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 47: Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 + 100$ là

A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm m để hàm số có 2 cực trị tại A, B thỏa mãn

$$x_A^2 + x_B^2 = 2$$

A. $m = \pm 3$ B. $m = 0$ C. $m = \pm 1$ D. $m = 2$

Câu 49: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{1 - x}$ có 2 điểm cực trị nằm trên đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$

A. 4 B. -2 C. -4 D. 2

Câu 50: Cho phép vị tự tâm O biến điểm A thành điểm B sao cho $OA = 2OB$. Khi đó tỉ số vị tự là:

A. 2

B. $\pm \frac{1}{2}$

C. -2

D. ± 2

Đáp án

1-D	2-D	3-D	4-A	5-D	6-A	7-D	8-B	9-B	10-A
11-C	12-B	13-C	14-C	15-A	16-C	17-D	18-D	19-C	20-D
21-C	22-B	23-A	24-B	25-D	26-B	27-D	28-A	29-C	30-A
31-C	32-B	33-A	34-B	35-A	36-C	37-C	38-D	39-D	40-A
41-A	42-B	43-B	44-C	45-B	46-C	47-A	48-B	49-C	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án là D

$$y = \frac{x+3}{x+2} \Rightarrow y = \frac{-1}{(x+2)^2} < 0$$

Câu 2: Đáp án là D

$$y = x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; -4) \\ B(-2; 0) \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} = (-2; 4)$$

Gọi I là trung điểm của hai điểm cực trị $\Rightarrow I(-1; -2)$

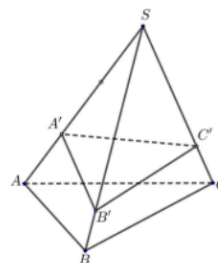
$\Rightarrow$ Phương trình $x - 2y - 3 = 0$

Câu 3: Đáp án là D

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{k}{k+1} \quad (1)$$

$$\text{Theo giả thiết } V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{5k}{9(k+1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 9$$



Câu 4: Đáp án là A

TXĐ của hàm số là $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 (*) \end{cases}$$

Để hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m < 0$

Câu 5: Đáp án là D

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{3x+2} = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{1}{3x+2} = \mp\infty$$

Câu 6: Đáp án là A

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow f(2) = 3$$

Câu 7: Đáp án là D

TXĐ của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -x^2 - 2(m+1)x + m+1$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x^2 - 2(m+1)x + m+1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Delta' = (m+1)^2 + (m+1) = (m+1)(m+2) \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$$

Câu 8: Đáp án là B

Xét $[1;3]$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [1;3] \\ x = \frac{4}{3} \in [1;3] \end{cases}$

$$f(1) = 0; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}; f(3) = -6 \text{ vậy } \max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$$

Câu 9: Đáp án là B

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 7}}{2x - 1}$ có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 7}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \sqrt{1 + \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^4}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^4}}}{\left(2 - \frac{1}{x}\right)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 7}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \sqrt{1 + \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^4}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^4}}}{\left(2 - \frac{1}{x}\right)} = -\infty$$

Do đó hàm số $y = \frac{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 7}}{2x - 1}$ không có tiệm cận ngang.

Câu 10: Đáp án là A

$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	2	2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1; 2)$

Câu 11: Đáp án là C

TXĐ: $D = [-2; 2]$

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{\sqrt{4-x^2} - x}{\sqrt{4-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

$$y(-2) = -1; y(2) = 3; y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 1.$$

$$\text{Vậy } M = 2\sqrt{2} + 1; m = -1$$

Câu 12: Đáp án B

Câu 13: Đáp án là C

Từ bảng biến thiên ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow x = \pm 1 \text{ là tiệm cận đứng}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận

Câu 14: Đáp án là C

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 8a^3$$

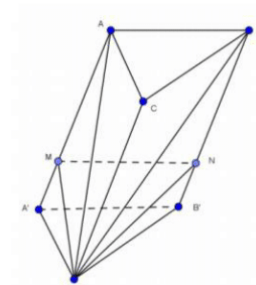
Câu 15: Đáp án là A

$$\text{Do } AA' = 4A'M, BB' = 4B'N \text{ nên suy ra } S_{A'MNB'} = \frac{1}{4} S_{ABB'A'} \Rightarrow V_{C'.AMNB'} = \frac{1}{4} V_{C'.ABB'A'} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, ta có } V_{C'.ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C'.ABB'A'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\text{Vậy } V_2 = \frac{5}{6} V_{ABC.A'B'C'}. \text{ Từ đó suy ra } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$$



Câu 16: Đáp án là C

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

$$\text{Do tam giác ABC đều cạnh } a \text{ nên } AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Diện tích tam giác ABC bằng } \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

Do đỉnh A' cách đều ba đỉnh A, B, C nên $A'G \perp (ABC) \Rightarrow A'G$ là đường cao của khối lăng trụ.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \angle A'AG = 45^\circ \Rightarrow \triangle A'GA \text{ vuông cân. Từ đó suy ra } A'G = AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vậy thể tích của khối lăng trụ bằng } V = A'G \cdot V_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$$

Câu 17: Đáp án là D

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}. \text{ Ta có: } y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 3 + \sqrt{(x-1)^2 + 4} \geq 3 + \sqrt{4} = 5, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Vậy } \min_{\mathbb{R}} y = 5$$

Câu 18: Đáp án là D

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}. \text{ Ta có: } y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 - m \end{cases}. \text{ Hàm số nghịch biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 3}$$

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ sao cho } |x_1 - x_2| > 3 \quad (1)$$

$$\begin{cases} -1 \neq 2 - m \\ | -1 - (2 - m) | > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ |m - 3| > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$$

Câu 19: Đáp án là C

Từ đồ thị dễ thấy $a < 0$. Lại có x_{cd}, x_{ct} là nghiệm của $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ nên theo định lí Viét ta có:

$$x_{cd} \cdot x_{ct} = \frac{c}{3a}; x_{cd} + x_{ct} = -\frac{2b}{3a}.$$

$$\text{Nhìn vào đồ thị ta thấy } x_{cd} \cdot x_{ct} = \frac{c}{3a} < 0; x_{cd} + x_{ct} = -\frac{2b}{3a} > 0 \text{ Do đó } c > 0, b > 0. \text{ Giao với trục tung}$$

tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$

Câu 20: Đáp án là D

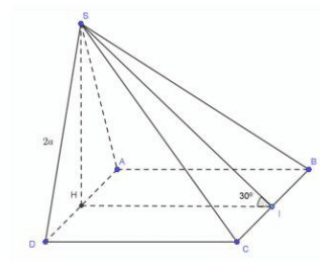
Ta có $y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		-	+	-

Từ bảng xét dấu của y' ta có hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$

Câu 21: Đáp án là C

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HI = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{3a}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a \cdot \frac{3a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$$



Câu 22: Đáp án là B

Nhánh ngoài cùng bên phải đồng biến nên $a > 0$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Hàm số có 2 điểm cực x_1, x_2 , Dựa vào đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

$$\text{Giao } Oy(0; d) \Rightarrow d > 0 \Rightarrow cd < 0$$

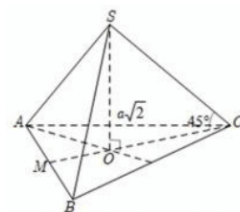
Câu 23: Đáp án là A

$$y' = 3x^2 + 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}. \text{ Ta có } a > 0 \text{ nên hàm số nghịch biến trên } (-3; 1)$$

Câu 24: Đáp án là B

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{(a\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Góc giữa cạnh bên và đáy $(SC, (ABC)) = \angle SCO = 45^\circ$. Suy ra tam giác SOC



$$\text{vuông cân nên } SO = CO = \frac{2}{3} CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} (\text{dvtt})$$

Câu 25: Đáp án là D

Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên đó là đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$

Câu 26: Đáp án là B

$$y' = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2); y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow y(0) = -2 \Rightarrow M(0; -2); x = -2 \Rightarrow y(-2) = 2 \Rightarrow N(-2; 2)$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $M(0; -2), N(-2; 2)$

$$\overline{MN} = (-2; 4). \text{ Gọi } I \text{ là trung điểm của } MN \Rightarrow I(-1; 0)$$

M, N đối xứng với nhau qua đường thẳng d thì $I \in d$ và $\overline{MN}$ là véc tơ pháp tuyến của d

Câu 27: Đáp án D

Câu 28: Đáp án là A

Tập xác định hàm số $D = \left(-\infty; \frac{m}{2}\right) \cup \left(\frac{m}{2}; +\infty\right)$. Đạo hàm $y' = \frac{m^2 - 4}{(m - 2x)^2}$. Hàm số nghịch biến trên

khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ khi và chỉ khi hàm số xác định trên khoảng đó và đạo hàm âm, hay ta có

$$\begin{cases} \frac{m}{2} \leq \frac{1}{2} \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 1$$

Câu 29: Đáp án là C

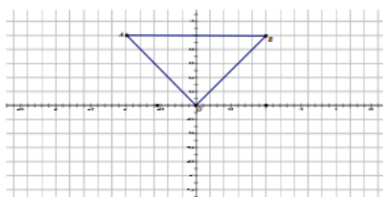
$$h = d(O, (A'BC))$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OA'^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}a\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{13}{a^2} \text{ suy ra } h = \frac{a}{\sqrt{13}}$$

$$d(B', (A'BC)) = d(A, (A'BC)) = 3d(O, (A'BC)) = \frac{3a}{\sqrt{13}}$$

Câu 30: Đáp án là A

$$y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}, \text{ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số được biểu diễn:}$$



Dễ dàng nhận thấy chu vi tam giác là $2 + 2\sqrt{2}$

Câu 31: Đáp án là C

Dựa vào bảng biến thiên ta có $1 \leq f(x) \leq \frac{11}{3}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = \frac{11}{3}$. Vậy hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{11}{3}$

Câu 32: Đáp án là B

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m$. Do đó $m = -2$ hoặc $m = 2$ thì phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có hai nghiệm

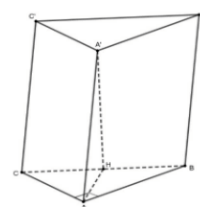
Câu 33: Đáp án là A

Gọi H là trung điểm BC. Ta có $AH = \frac{1}{2}BC = 5a$

Tam giác AHA' vuông tại H nên: $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = 5\sqrt{3}a$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = 24a^2$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{ABC} \cdot A'H = 24a^2 \cdot 5\sqrt{3}a = 120\sqrt{3}a^3$



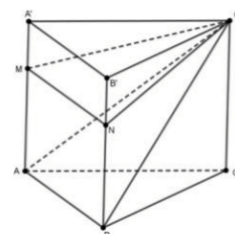
Câu 34: Đáp án là B

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$\text{Ta có } V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{C'.A'B'BA} = \frac{2}{3}V$$

$$\text{Mà } S_{A'B'NM} = \frac{1}{3}S_{A'B'BA}. \text{ Do đó } V_{C'.A'B'NM} = \frac{1}{3}V_{C'.A'B'BA} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{2}{9}V$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCMNC'} = \frac{7}{9}V. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$$



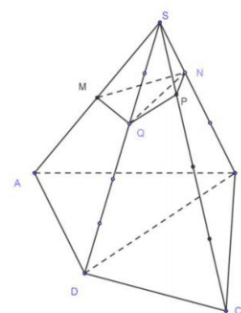
Câu 35: Đáp án là A

$$V_{SABD} = V_{SBCD} = \frac{1}{2}V_1$$

$$\frac{V_{SMNQ}}{V_{SABD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30} \Rightarrow V_{SMNQ} = \frac{1}{30}V_{SABD} = \frac{1}{60}V_1$$

$$\frac{V_{SNPQ}}{V_{SBCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{60} \Rightarrow V_{SNPQ} = \frac{1}{60}V_{SBCD} = \frac{1}{120}V_1$$

$$V_{SMNPQ} = \frac{1}{60}V_1 + \frac{1}{120}V_1 = \frac{1}{40}V_1 \Rightarrow V_1 = 40V_{SMNPQ}$$



Câu 36: Đáp án là C

$$y' = 4\cos x(-\sqrt{2}\sin x + 1) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

$$x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{2} \\ y = 4 - \sqrt{2} \\ y = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \sqrt{2}$$

Câu 37: Đáp án là C

Tập xác định: $D = (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang bên phải.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang bên trái.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x - 1}$ không tồn tại. Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

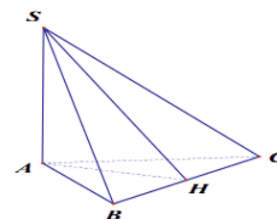
Câu 38: Đáp án là D

Gọi H là trung điểm của BC, ta có: $AH \perp BC$

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow \angle SHA = 60^\circ$

Ta có: $BC = 2\sqrt{2}a, BH = \sqrt{2}a \Rightarrow AH = \sqrt{2}a$

Xét tam giác vuông SAH: $SA = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$



Câu 39: Đáp án là D

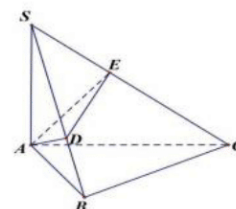
Đồ thị quay bề lõm xuống dưới nên có hệ số bậc bốn âm. Do đó loại các đáp án B, C.

Do đồ thị chỉ có một điểm cực trị nên chọn D.

Câu 40: Đáp án là A

$$V_{SABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot 5a = \frac{5a^3}{6}$$

$$SB^2 = SC^2 = SA^2 + AB^2 = 25a^2 + a^2 = 26a^2$$



$$\frac{V_{SADE}}{V_{SABC}} = \frac{SD}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} = \frac{SD \cdot SB}{SB^2} \cdot \frac{SE \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SB^2} \cdot \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{SA^4}{SB^4} = \frac{(5a)^4}{(\sqrt{26}a)^4} = \frac{625}{676}$$

$$\Rightarrow V_{S.ADE} = \frac{625}{676} V_{SABC} = \frac{625}{676} \cdot \frac{5a^3}{6} = \frac{3125a^3}{4056}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCED} = V_{S.ABC} - V_{S.ADE} = \frac{5a^3}{6} - \frac{3125a^3}{4056} = \frac{85a^3}{1352}$$

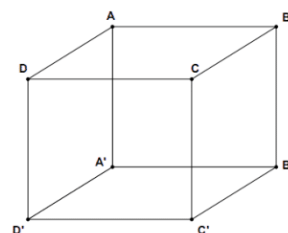
Câu 41: Đáp án là A

Vì diện tích toàn phần của khối lập phương bằng 96 cm^2 . Suy ra cạnh của hình lập phương bằng 4, nên thể tích của khối lập phương bằng 64 cm^3

Câu 42: Đáp án là B

Ta có đáy là hình thoi có một góc 120° , nên diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}(3a)^2}{2} = \frac{9\sqrt{3}a^2}{2}$

do lăng trụ đứng nên ta có thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$



Câu 43: Đáp án là B

Ta có sơ đồ:

- Đặt $HE = x$ ($100 \leq x \leq 1000$)

$$HF = \sqrt{x^2 - 10000}; GF = \sqrt{1000000 - 10000} = 300\sqrt{11} \Rightarrow GH = 300\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 10000}$$

- Gọi vận tốc bơi là a (không đổi) $\Rightarrow$ vận tốc chạy bộ là $3a$

- Thời gian bơi từ E đến H là $\frac{x}{a}$

- Thời gian chạy từ H đến G là: $\frac{300\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 10000}}{3a}$

- Xét hàm số $f(x) = x - \frac{\sqrt{x^2 - 10000}}{3}$ với $100 \leq x \leq 1000$ ta được $f(x)$ đạt GTNN khi $75\sqrt{2}$

Câu 44: Đáp án là C

Số tứ giác có 4 đỉnh là 4 điểm trong 13 điểm đã cho là $C_8^2 \cdot C_5^2 = 280$

Mỗi tứ giác đó có hai đường chéo cắt nhau tại 1 điểm thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ Oxy
Vậy số giao điểm là 280.

Câu 45: Đáp án là B

Theo công thức tỉ số thể tích của hình chóp tam giác ta có $V_{S.MNP} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot V = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{1}{4} V$

Câu 46: Đáp án là C

Ta có thể tích lăng trụ là $V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} \frac{a \sqrt{3}}{2} \right) \tan 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 47: Đáp án là A

Ta có $y' = 4x^3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
y			

Câu 48: Đáp án là B

Ta có $y' = x^2 - 2mx - 1$. Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Theo định lý Vi – et ta có: $\begin{cases} x_A + x_B = 2m \\ x_A x_B = -1 \end{cases}$.

Do đó, $x_A^2 + x_B^2 = 2 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B = 2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$

Câu 49: Đáp án là C

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ là $y = \frac{2ax + b}{p}$.

Vậy ta có phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là

Câu 50: Đáp án là B

Phép vị tự tâm O biến điểm A thành điểm B nên 3 điểm O, A, B thẳng hàng mà

$OA = 2OB \Rightarrow \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{OA}$ hoặc $\overline{OB} = -\frac{1}{2} \overline{OA}$ suy ra tỉ số vị tự $k = \pm \frac{1}{2}$