

(Đề thi gồm 02 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

1) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 4$.

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

2) Cho phương trình: $3x^2 - 2x - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Tính giá trị của các biểu thức sau: $A = x_1 + x_2$, $B = x_1^2 + x_2^2$

3) Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 4$. Đường trung trực của OB cắt nửa đường tròn tại C. Tính độ dài dây cung AC của (O).

4) Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất được xác định bởi hàm số $S = 718,3 - 4,6t$ trong đó S tính bằng triệu héc-ta, t tính bằng số năm kể từ năm 1990.

Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào các năm 1990 và 2018.

5) Một con robot được thiết kế có thể đi thẳng, quay một góc 90° sang trái hoặc sang phải. Robot xuất phát từ vị trí A đi thẳng 1m, quay sang trái rồi đi thẳng 1m, quay sang phải rồi đi thẳng 3m, quay sang trái rồi đi thẳng 1m đến đích tại vị trí B. Tính theo đơn vị mét khoảng cách giữa đích đến và nơi xuất phát của robot (ghi kết quả gần đúng chính xác đến 1 chữ số thập phân).

6) Thực hiện chương trình khuyến mãi “Ngày Chủ Nhật Vàng”, một cửa hàng điện máy giảm giá 50% trên 1 tivi cho lô hàng tivi gồm có 40 cái với giá bán lẻ trước đó là 6.500.000 đ/cái. Đến trưa cùng ngày thì cửa hàng đã bán được 20 cái và cửa hàng quyết định giảm thêm 10% nữa (so với giá đã giảm lần 1) cho số tivi còn lại.

a. Tính số tiền mà cửa hàng thu được khi bán hết lô hàng tivi.

b. Biết rằng giá vốn là 2.850.000 đ/cái tivi. Hỏi cửa hàng lời hay lỗ khi bán hết lô hàng tivi đó?

7) Kính lão đeo mắt của người già thường là một loại thấu kính hội tụ. Bạn Nam đã dùng một chiếc kính lão của ông ngoại để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên một tấm màn. Cho rằng cây nến là một vật sáng có hình dạng đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 2$ m. Thấu kính có quang tâm là O và tiêu điểm F. Vật AB cho ảnh thật A'B' gấp ba lần AB (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự OF của thấu kính.

8) Việt và các bạn trong lớp đang thử nghiệm một dự án nuôi cá trong một hồ nước lợ.

Ban đầu Việt đổ vào hồ rộng 1000 kg nước biển (là một loại nước mặn chứa muối với nồng độ dung dịch 3,5%). Để có một hồ chứa nước lợ (nước trong hồ là dung dịch 1% muối). Việt phải đổ thêm vào hồ một khối lượng nước ngọt (có lượng muối không đáng kể) là bao nhiêu? Khối lượng được tính theo đơn vị kg, kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị.

9) Có 45 người gồm bác sĩ và luật sư, tuổi trung bình của họ là 40. Tính số bác sĩ, số luật sư, biết rằng tuổi trung bình của các bác sĩ là 35, tuổi trung bình của các luật sư là 50.

10) Một vệ tinh nhân tạo địa tĩnh chuyển động theo một quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất một khoảng 36000 km, tầm quỹ đạo của vệ tinh trùng với tâm 0 Trái Đất. Vệ tinh phát tín hiệu vô tuyến theo một đường thẳng đến một vị trí trên mặt đất. Hỏi vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này ở cách vệ tinh một khoảng là bao nhiêu km (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị). Biết rằng Trái Đất được xem như một hình cầu có bán kính khoảng 6400 km.

-----HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI GỢI Ý:

1)

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

+) Xét (P): $y = \frac{1}{2}x^2$

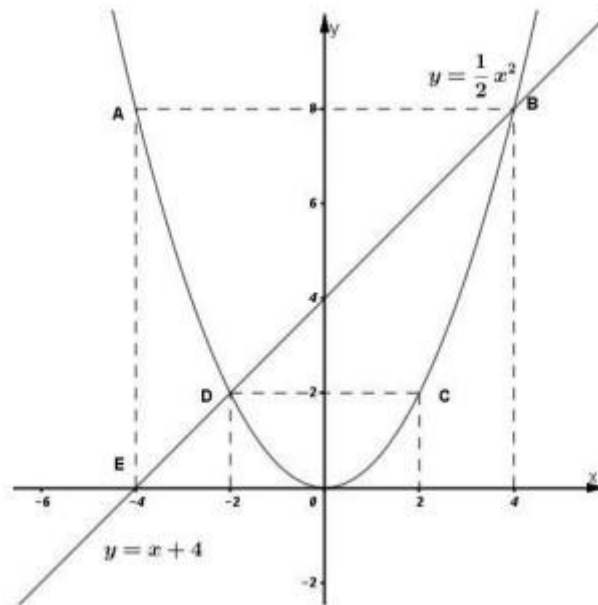
x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số (P) đi qua các điểm: (-4;8); (-2;2); (0;0); (2;2) và (4;8).

+) Xét d: $y = x + 4$:

x	0	-4
y	4	0

Đường thẳng d đi qua các điểm (0;4) và (-4;0).



b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2(x + 4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=4 \end{cases}$$

+) Với $x = -2 \Rightarrow y = -2 + 4 = 2 \Rightarrow D(-2;2)$

+) Với $x = 4 \Rightarrow y = 4 + 4 = 8 \Rightarrow B(4;8)$

Vậy đường cắt (P) tại hai điểm phân biệt $D(-2;2)$ và $B(4;8)$.

2) Áp dụng hệ thức Viet cho phương trình $3x^2 - 2x - 2 = 0$ ta được:

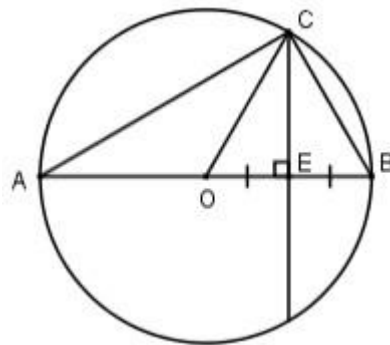
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{2}{3} \\ x_1 \cdot x_2 &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= x_1 + x_2 = \frac{2}{3} \\ \mathbf{B} &= x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{9} \end{aligned}$$

Vậy $\mathbf{A} = \frac{2}{3}$ và $\mathbf{B} = \frac{16}{9}$

3).



Vì C thuộc trung trực của OB nên $CH = CB$

Mà $OC = OB = R \Rightarrow OB = OC = BC \Rightarrow \triangle OBC$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{OBC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ$

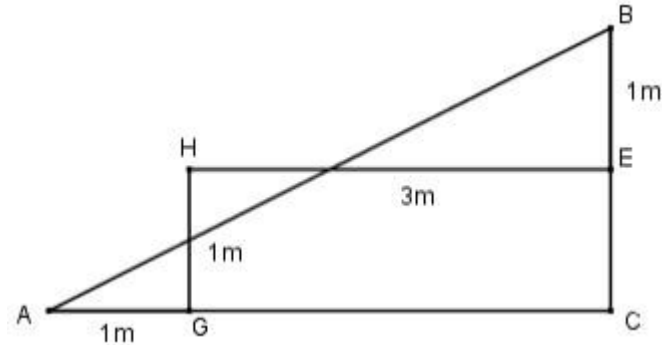
Ta có: \widehat{ACB} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C
 $\Rightarrow AC = AB \cdot \sin \widehat{ABC} = 4 \cdot \sin 60 = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

4) Kể từ năm 1990 đến năm 1990 thì $t = 0$ nên diện tích rừng nhiệt đới năm 1990 là:

$$S = 718,3 - 4,6 \cdot 0 = 718,3 \text{ (triệu ha)}$$

Kể từ năm 1990 đến năm 2018 thì $t = 2018 - 1990 = 28$ năm nên diện tích rừng nhiệt đới năm 1990 là: $S = 718,3 - 4,6.28 = 589,5$ (triệu ha).

5).



Gọi $C = AG \cap BE$

Tứ giác EHC là hình chữ nhật (Tứ giác có 3 góc vuông) $\Rightarrow GC = HE = 3m, EC = HG = 1m$.

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C

Ta có: $AC = AG + GC = 1 + 3 = 4$ (m), $BC = BE + EC = 1 + 1 = 2$ (m)

$\Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} \approx 4,5$ (m)

Vậy khoảng cách giữa đích đến và nơi xuất phát của robot xấp xỉ 4,5 mét.

6).

a. Khi giảm giá 50% thì giá một cái tivi là $6.500.000 \times 50\% = 3.250.000$ (đồng)

Khi giảm giá thêm 10% nữa (so với giá đã giảm lần 1) thì giá 1 cái tivi là:

$$3.250.000 \times 90\% = 2.925.000 \text{ (đồng)}$$

Vậy số tiền mà cửa hàng đó thu được khi đã bán hết lô hàng tivi là: $3.250.000 \times 20 + 2.925.000 \times 20 = 123.500.000$ (đồng)

b. Giá vốn của 40 cái tivi là: $2.850.000 \times 40 = 114.000.000$ (đồng)

Vậy khi bán hết số tivi đó, cửa hàng lãi số tiền như sau: $123.500.000 - 114.000.000 = 9.500.000$ (đồng)

7).

Theo đề bài ta có: $OA = 2m; A'B' = 3AB$.

Ta có: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'O$ (g - g) $\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AO}{A'O} = \frac{1}{3} \Rightarrow OA' = 3OA$

$\triangle OCF \sim \triangle A'B'F'$ (g - g) $\Rightarrow \frac{OC}{A'B} = \frac{OF}{A'F}$

$$\text{Mà } AB = CO \Rightarrow \frac{OC}{A'B} = \frac{OF}{A'F} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'F = 3OF$$

$$\text{Lại có: } OA' = A'F + OF$$

$$\Leftrightarrow OF = OA' - A'F = 3OA - 3OF$$

$$\Leftrightarrow 4OF = 3OA$$

$$\Leftrightarrow 4OF = 3 \cdot 2 = 6 \Leftrightarrow OF = 6/4 = 1,5$$

Vậy tiêu cự OF của thấu kính là 1,5m.

8)

Khối lượng muối có trong 1000kg nước biển 3,5%:

$$C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \Rightarrow m_{mu\ddot{o}i} = 1000 \cdot 3,5\% = 35\text{kg}$$

Khối lượng nước lợ sau khi pha:

$$C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \Rightarrow m_{dd} = m_{ct} : 1\% = 3500\text{kg}$$

$$\Rightarrow m_{\text{nước cần thêm}} = 3500 - 1000 = 2500\text{kg}$$

9).

Gọi số bác sĩ là x (người), số luật sư là y (người). ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x; y < 45$)

Có 45 người gồm bác sĩ và luật sư nên ta có: $x + y = 45$ (1)

Tuổi trung bình của các bác sĩ là 35 nên ta có tổng số tuổi của các bác sĩ là $35x$

Tuổi trung bình của các luật sư là 50 nên ta có tổng số tuổi của các luật sư là $50y$.

Mà tuổi trung bình của luật sư và bác sĩ là 40. Nên ta có phương trình:

$$\frac{35x + 50y}{45} = 40 \quad (2)$$

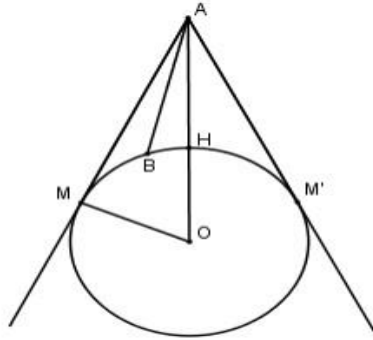
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 45 \\ \frac{35x + 50y}{45} = 40 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được kết quả: $x = 30$, $y = 15$ thỏa mãn hệ phương trình.

Vậy số bác sĩ là 30 người, số luật sư là 15 người.

10).



Theo hình vẽ: A là vệ tinh, O là tâm Trái Đất.

Gọi B là điểm trên mặt đất có thể nhận được tín hiệu từ A, khi đó B phải chạy trên cung nhỏ MM' (với AM, AM' là các tiếp tuyến kẻ từ A)

Vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này ở cách vệ tinh là điểm B sao cho AB lớn nhất $\Leftrightarrow B \equiv M (B \equiv M')$. Khi đó $\Rightarrow \max(AB) = AM = AM'$

Vì AM là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow AM \perp OM \Rightarrow \Delta OAM$ vuông tại M

Ta có: $AH = 36000(\text{km}), OH = 6400(\text{km}) \Rightarrow OA = 36000 + 6400 = 42400 (\text{km})$

Áp dụng định lý Pi-ta-go tam giác vuông AMO ta có:

$$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{42400^2 - 6400^2} \approx 41914 \text{ km.}$$

Vậy điểm xa nhất trên Trái Đất có thể nhận được tín hiệu cách hành tinh đó xấp xỉ 41914 km.