

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1(2 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

a. Rút gọn biểu thức P

b. Tìm giá trị của x để $P = \frac{3}{4}$

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (\sqrt{x}-4)(x-1)P$

Câu 1(1 điểm) Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 3x + m - 2$. Tìm tham số m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Câu 3(2 điểm)

a. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2xy = 2y - x \\ x^2 + 2x = 9 - y \end{cases}$ b. Giải phương trình $\sqrt{\frac{1-2x}{x}} = \frac{x^2+3x}{x^2+1}$

Câu 4(3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường kính AN. Lấy điểm N trên cung nhỏ BN (M khác B, N). Kẻ MD vuông góc với đường thẳng BC tại D, ME vuông góc với đường thẳng AC tại E, kẻ MF vuông góc với đường thẳng AB tại F

a. Chứng minh ba điểm D, E, F thẳng hàng

b. Chứng minh rằng $\frac{AB}{MF} + \frac{AC}{ME} = \frac{BC}{MD}$

c. Chứng minh rằng $\frac{FB}{FA} + \frac{EA}{EC} + \frac{DC}{DB} \geq 3$

Câu 5(1 điểm) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $y^3 - 2x - 2 = x(x+1)^2$

Câu 6(1 điểm) Cho a, b, c dương và $a^4b^4 + b^4c^4 + c^4a^4 = 3a^4b^4c^4$

Chứng minh rằng $\frac{1}{a^3b+2c^2+1} + \frac{1}{b^3c+2a^2+1} + \frac{1}{c^3a+2b^2+1} \leq \frac{3}{4}$