

Giải toán 12 trang 10 bài 4 sách giáo khoa giải tích chứng minh rằng hàm số đồng biến và nghịch biến

Đề bài

Chứng minh rằng hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Hướng dẫn phương pháp giải

- “ - Tìm tập xác định của hàm số.
- Tính đạo hàm của hàm số. Tìm các điểm x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định
- Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên
- Dựa vào bảng biến thiên để kết luận khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số trên tập xác định của nó. (nếu $y' > 0$ thì hàm số đồng biến, nếu $y' < 0$ thì hàm số nghịch biến)

”

Lời giải đáp án

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $2x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x(x - 2) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Tập xác định: $D = [0; 2]$.

$$\text{Có } y' = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}, \forall x \in (0; 2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1-x = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$f(0) = 0; f(1) = 1; f(2) = 0.$$

Bảng biến thiên:

x	0	1		2
y'		+	0	-
y	0	1		0

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.