ĐỀ TOÁN CHUYÊN THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ NĂM 2018

TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ	**KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 CHUYÊN THPT LẦN 1** **NĂM HỌC 2017 - 2018**

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian làm bài: *150 phút*

(dùng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin)

Bài I (3điểm)

1) Chứng minh rằng : $n^2+8n+2017$ không chia hết cho 9 với mọi số tự nhiên n.

2) Cho ba số a,b,c thỏa mãn: $\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}=0$. Tính giá trị biểu thức

$$P=\frac{a}{(b-c)^2}+\frac{b}{(c-a)^2}+\frac{c}{(a-b)^2}.$$

Bài II (3điểm)

1) Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$.

2) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $7(x+y)=3(x^2-xy+y^2)$.

Bài III (3điểm)

Cho đoạn thẳng AB cố định và điểm M nằm giữa A và B. Gọi $(O_1),(O_2)$ lần lượt là các đường tròn đường kính AM, MB. Tiếp tuyến chung của $(O_1),(O_2)$ lần lượt tiếp xúc với $(O_1),(O_2)$ tại hai điểm phân biệt E, F.

1) Gọi K là giao điểm của AE và BF. Chứng minh tứ giác $MEKF$ là hình chữ nhật
2) Khi M không là trung điểm của AB, gọi D là giao điểm của EF và AB. Chứng minh $DM^2=DA.DB$.
3) Tìm vị trí của điểm M trên AB sao cho diện tích tam giác KAB lớn nhất.

Bài IV (1điểm)

Cho các số thực x,y thỏa mãn $x\ge 1$, $x+y\le 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của: $P=x^2+3xy+4y^2$.

Bài V (1điểm)

Chứng minh rằng trong 55 số bất kì được chọn từ tập các số $\{1,2,\ldots,100\}$ luôn tồn tại hai số có hiệu bằng 9.

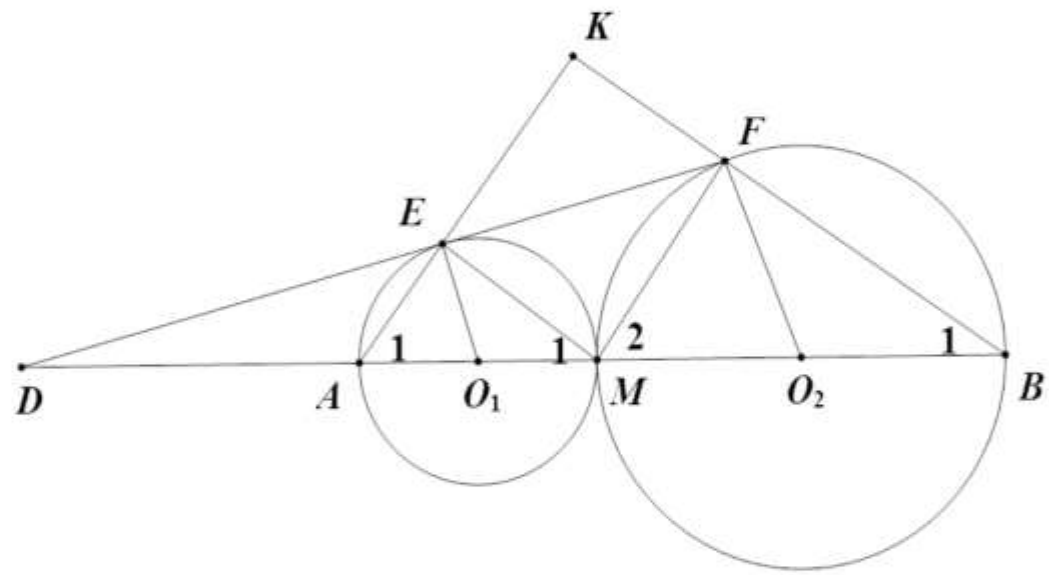
------------------------ **Hết**---------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ

HƯỚNG DẪN CHẤM THI THỬ LẦN 1 VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: **TOÁN**
(Dành cho hệ chuyên Toán và chuyên Tin)

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
I			***2,0***
	1	***Chứng minh rằng:*** $n^2+8n+2017$ **không chia hết cho** $9, \forall n\in\mathbb{N}$	***1,0***
		Nếu $n\equiv -1 \pmod 9$ $\Rightarrow n^2+8n+2017\equiv -6 \pmod 9$ $\Rightarrow n^2+8n+2017 \not\vdots\, 9$	*0,5*
		Nếu $n\not\equiv -1 \pmod 9$ $\Rightarrow n^3\not\equiv -1 \pmod 9 \;\Rightarrow n^3+1 \not\vdots\, 9$ $\Rightarrow (n+1)(n^2-n+1) \not\vdots\, 9 \;\Rightarrow (n^2-n+1) \not\vdots\, 9$ $\Rightarrow n^2+8n+2017 \not\vdots\, 9$	*0,5*
	2	**Tính giá trị biểu thức** $P=\dfrac{a}{(b-c)^2}+\dfrac{b}{(c-a)^2}+\dfrac{c}{(a-b)^2}$.	***1,0***
		Ta có $\left(\dfrac{a}{b-c}+\dfrac{b}{c-a}+\dfrac{c}{a-b}\right)\left(\dfrac{1}{b-c}+\dfrac{1}{c-a}+\dfrac{1}{a-b}\right)=0$ $\Rightarrow \dfrac{a}{(b-c)^2}+\dfrac{b}{(c-a)^2}+\dfrac{c}{(a-b)^2}+\dfrac{a}{b-c}\dfrac{c-b}{(c-a)(a-b)}$ $+\dfrac{b}{c-a}\dfrac{a-c}{(b-c)(a-b)}+\dfrac{c}{a-b}\dfrac{b-a}{(b-c)(c-a)}=0$	*0,5*
		$\Rightarrow \mathrm{P}+\dfrac{ac-ab+ab-bc+bc-ca}{(b-c)(c-a)(a-b)}=0 \;\Rightarrow \mathrm{P}=0$	*0,5*
II			***3,0***
	1	**Giải phương trình sau:** $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$	***1,5***
		Điều kiện: $x\geq 2$	*0,5*
		Bình phương 2 vế ta được: $x^2-2x+5=x^2+3x-5$ $\Rightarrow \quad x=2 \quad$ (TM)	*1,0*
	2	**Tìm các số nguyên** x, y **thỏa mãn:** $7(x+y)=3(x^2-xy+y^2)$.	***1,5***
		Ta có: $7(x+y)=3(x^2-xy+y^2)\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+y\geq 0 \\ x+y \;\vdots\; 3 \end{cases}$	*0,5*

		Mặt khác: $x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy\ge(x+y)^2-\frac{3}{4}(x+y)^2=\frac{(x+y)^2}{4}$ $\Rightarrow 7(x+y)\ge\frac{3}{4}(x+y)^2\Leftrightarrow x+y\le\frac{28}{3}\Rightarrow x+y\le 9$ $\Rightarrow x+y\in\{0;3;6;9\}$	*0,5*
		TH1: $x+y=0\quad\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$ TH2: $x+y=3\quad\Rightarrow 3x^2-9x+2=0$ (loại) TH3: $x+y=6\quad\Rightarrow 3x^2-18x+22=0$ (loại) TH4: $x+y=9\quad\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}\vee\begin{cases}x=5\\y=4\end{cases}$	*0,5*
III			***3,0***
	1	**Chứng minh tứ giác *MEKF* là hình chữ nhật**	
			
		Ta có: $\widehat{AEM}=\widehat{BFM}=90^\circ$ (góc chắn đường kính) $\Rightarrow\widehat{KEM}=\widehat{KFM}=90^\circ\quad(1)$	
		Do $O_1E\,//\,O_2F\Rightarrow\widehat{EO_1M}+\widehat{MO_2F}=180^\circ\Rightarrow\widehat{M_1}+\widehat{M_2}=90^\circ\Rightarrow\widehat{EMF}=90^\circ\quad(2)$	
		Từ (1) và (2) suy ra *MEKF* là hình chữ nhật	
	2	**Chứng minh** $DM^2=DA.DB$	
		Ta có: $\triangle DAE\sim\triangle DFB\Rightarrow\frac{DA}{DF}=\frac{DE}{DB}\Rightarrow DA.DB=DE.DF\quad(3)$	
		$\triangle DEM\sim\triangle DMF\Rightarrow\frac{DE}{DM}=\frac{DM}{DF}\Rightarrow DM^2=DE.DF\quad(4)$ Từ (3) và (4) suy ra $DM^2=DA.DB$ (ĐPCM)	

	3	**Tìm vị trí của điểm M trên AB sao cho diện tích tam giác KAB lớn nhất**	
		$S_{\Delta KAB}=\frac{1}{2}KA.KB\le\frac{1}{4}\left(KA^2+KB^2\right)=\frac{1}{4}AB^2$	
		Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow KA=KB\Leftrightarrow\widehat{A_1}=\widehat{B_1}=45^\circ\Leftrightarrow O_1E\perp AB\Leftrightarrow O_1E=O_2F$ $\Leftrightarrow M$ là trung điểm của AB	
IV		**Tìm giá trị nhỏ nhất của: $x^2+3xy+4y^2$.**	*1,0*
		Ta có: $x^2+3xy+4y^2=\left(2y+\frac{3}{4}x^2\right)+\frac{7}{16}x^2\ge\frac{7}{16}$ Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=\frac{-3}{8}\end{cases}$	
V		**Chứng minh trong 55 số bất kì chọn từ tập các số {1,2,…,100 } luôn tồn tại hai số có hiệu bằng 9.**	*1,0*
		A là tập các số tự nhiên từ 1 đến 100. Gọi A_i là tập các số $\in A$ chia 9 dư i. ($i=\overline{0;8}$) Theo nguyên lý Dirichlet trong 55 số bất kì được chọn từ A luôn tồn tại 7 số thuộc cùng 1 tập A_i Gọi 7 số đó là $a_1<a_2<...<a_7\Rightarrow a_i-a_j\,\vdots\,9$ Giả sử trong 7 số đó không có số nào có hiệu bằng 9 $\Rightarrow a_{i+1}-a_i\ge18\Rightarrow a_7\ge a_1+6.18\ge108$. (Mâu thuẫn) Vậy trong 7 số đó luôn tồn tại 2 số có hiệu bằng 9 (ĐPCM).	

<u>Các chú ý khi chấm:</u>

1) Thí sinh phải lập luận đầy đủ mới cho điểm tối đa.

2) Thí sinh có cách giải đúng, khác với hướng dẫn thì giám khảo vẫn chấm và cho điểm theo số điểm quy định dành cho câu (hay ý) đó.

3) Vận dụng hướng dẫn chấm chi tiết đến 0,25 điểm nên không làm tròn điểm bài thi.