

**Câu 1 (1,5 điểm )**

a. Cho các biểu thức  $P(x) = \frac{1}{x} + \frac{9 - \sqrt{x}}{x + 3\sqrt{x}}$ ,  $Q(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$  với  $x < 0$ . Tìm số nguyên  $x$  nhỏ

nhất thỏa mãn  $\frac{P(x)}{Q(x)} < \frac{1}{2}$

b. Tính giá trị của biểu thức  $F = \frac{2x^4 - 21^3x + 55x^2 - 32x - 4012}{x^2 - 10x + 20}$  khi  $x = 5 - \sqrt{3}$  (không sử dụng máy tính cầm tay)

**Câu 1 (2,0 điểm )**

a. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) :  $y = x^2$ , đường thẳng (d) có hệ số góc  $k$  và đi qua điểm M (0;1). Chứng minh rằng với mọi giá trị  $k$ , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa điều kiện  $|x_1 - x_2| \geq 2$

b. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ x^2 + 2y^2 = x + 4y \end{cases}$

**Câu 3 (1,5 điểm )**

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)\sqrt{x^2 + 1} + m^2 - m - 2 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số)

a. Giải phương trình (1) khi  $m=0$

b. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt

**Câu 4 (3,0 điểm )**

Cho đường tròn (O) có tâm O và hai điểm C, D trên (O) sao cho ba điểm C, O, D không thẳng hàng. Gọi Ct là tia đối của tia CD, M là điểm tùy ý trên Ct, M khác C. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A và B là các tiếp điểm B thuộc cung nhỏ CD). Gọi I là trung điểm của CD, H là giao điểm của đường thẳng MO với đường thẳng AB

a. Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp

b. Chứng minh đường thẳng AB đi qua một điểm cố định khi M di động trên tia Ct

c. Chứng minh  $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$

**Câu 5 (2,0 điểm)**

a. Cho a, b, c là các số dương thay đổi và thỏa mãn  $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 1$ . Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức  $E = \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a}$

b. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho  $n^2 + 3^n$  là số chính phương