

Bài 1 (2 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x-2\sqrt{x}+1}{x-1}$.

- Rút gọn A .
- Tìm x để $|A| > A$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 2 (2 điểm). Một người đi xe máy từ thành phố A đến thành phố B với một vận tốc định trước. Hai thành phố cách nhau 150km. Sau khi đi được $\frac{1}{5}$ quãng đường thì người đó tăng vận tốc thêm 10km/h trên toàn bộ quãng đường còn lại. Tính vận tốc định trước ban đầu và thời gian di chuyển của người đó biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 36 phút.

Bài 3 (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ -x^2 + 5xy + 2y^2 = 3 \end{cases}$$

2) Cho parabol $y = 2x^2$ và đường thẳng $y = x + 1$.

- Xác định tọa độ các giao điểm A, B của parabol và đường thẳng đã cho.
- Xác định tọa độ điểm C thuộc cung AB của parabol đó sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Bài 4 (3 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A , $BC=6$, nội tiếp đường tròn (O) đường kính AA' . M là trung điểm của BC , $A'M = 2$.

- Tính bán kính của (O) .
- Kẻ đường kính CC' , $AK \perp CC'$ ($K \in CC'$). Tứ giác $AKMC$ là hình gì? Vì sao?
- Quay tam giác ABC một vòng quanh trục AM . Tính diện tích xung quanh của hình được tạo thành.

Bài 5 (1 điểm). Cho a, b, c là số đo 3 cạnh của một tam giác.

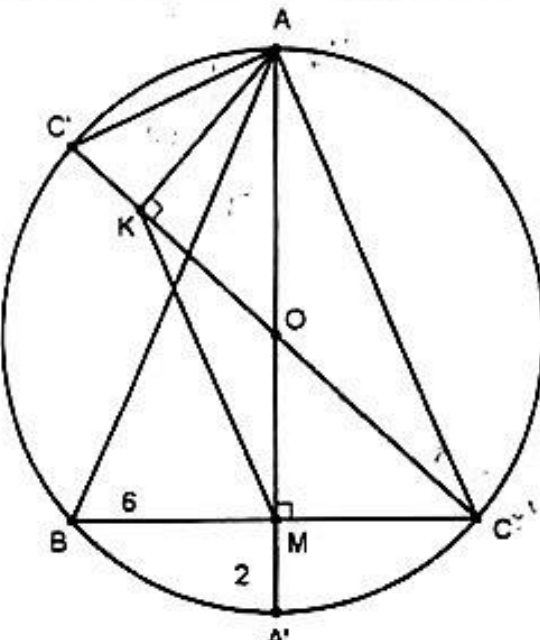
- Chứng minh rằng khi đó $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ cũng là số đo 3 cạnh của một tam giác nào đó.
- Chứng minh rằng $(a+b)\sqrt{ab} + (a+c)\sqrt{ac} + (b+c)\sqrt{bc} \geq \frac{(a+b+c)^2}{2}$.

———— HẾT ————

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài		Đáp án	Điểm																								
Bài 1 (2 đ)	1a (1 đ)	DKXD: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,25																								
		$A = \left[\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right] : \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25																								
		$= \frac{x+\sqrt{x}+1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25																								
		$= \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}$	0,25																								
	1b (0,5đ)	$ A > A \Leftrightarrow A < 0 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0$	0,25																								
		$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$. Vậy $0 < x < 1$ thỏa mãn đề bài.	0,25																								
	1c (0,5đ)	$A = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} = 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-1}$. Để A nguyên thì $(\sqrt{x}-1) \in U(4)$.	0,25																								
		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>$\sqrt{x}-1$</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>\sqrt{x}</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$x, \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$</td> <td>loại</td> <td>loại</td> <td>0 (loại)</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>25</td> <td>0,25</td> </tr> </table>	$\sqrt{x}-1$	-4	-2	-1	1	2	4		\sqrt{x}	-3	-1	0	2	3	5		$x, \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$	loại	loại	0 (loại)	4	9	25	0,25	
		$\sqrt{x}-1$	-4	-2	-1	1	2	4																			
	\sqrt{x}	-3	-1	0	2	3	5																				
$x, \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$	loại	loại	0 (loại)	4	9	25	0,25																				
Vậy $x \in \{4; 9; 25\}$.																											
Bài 2 (2 đ)	$36 \text{ phút} = \frac{3}{5} \text{ giờ}$.	0,25																									
	Gọi x là vận tốc dự định của người đó ($x > 0$).																										
	Thời gian người đó đi $\frac{1}{5}$ quãng đường là $\frac{30}{x}$ (h).	0,25																									
	Thời gian người đó đi quãng đường còn lại là $\frac{120}{x+10}$ (h).	0,25																									
	Theo bài ra ta có: $\frac{30}{x} + \frac{120}{x+10} + \frac{3}{5} = \frac{150}{x}$	0,5																									
	Giải phương trình ta có $x = 40 \text{ km/h}$.	0,5																									
Thời gian đi chuyển là: $t = 63/20$ giờ	0,25																										

Bài 3 (2 đ)	3.1 (1đ)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 & (1) \\ -x^2 + 5xy + 2y^2 = 3 & (2) \end{cases}$ <p>Từ hệ phương trình suy ra $-x^2 + 5xy + 2y^2 = 3(x^2 + y^2) \Leftrightarrow -4x^2 + 5xy - y^2 = 0$ (*)</p> <p>TH1: Với $y = 0$, thay vào (*) ta được $x = 0$, không thỏa mãn phương trình (1).</p> <p>TH2: Với $y \neq 0$, chia cả hai vế của (*) cho y^2 ta được</p>	0,25
		$-4\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 5\frac{x}{y} - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 1 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$	0,25
		+) $\frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y$ thay vào phương trình (1) ta được $2x^2 = 1 \Rightarrow x = y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.	0,25
		+) $\frac{x}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 4x$ thay vào phương trình (1) ta được	
		$x^2 + (4x)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{17}} \\ x = \frac{-1}{\sqrt{17}} \Rightarrow y = \frac{-4}{\sqrt{17}} \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{17}} \\ x = \frac{-1}{\sqrt{17}} \end{cases}} \right\} \text{phân biệt các dấu}$ <p>Vậy tập nghiệm của hệ pt là $(x; y) \in \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right); \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}; \frac{-1}{\sqrt{2}} \right); \left(\frac{1}{\sqrt{17}}; \frac{4}{\sqrt{17}} \right); \left(\frac{-1}{\sqrt{17}}; \frac{-4}{\sqrt{17}} \right) \right\}$</p>	0,25
3.2 (1đ)	2a) Hoành độ giao điểm của parabol $y = 2x^2$ và đường thẳng $y = x + 1$ là nghiệm của phương trình		
	$2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$		0,25
	<p>Với $x = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(1; 2)$.</p> <p>Với $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow B\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.</p>		0,25
	2b)		

	<p>Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB)$. Vì AB không đổi, do đó ta cần tìm điểm C thuộc cung AB và $d(C, AB)$ lớn nhất.</p> <p>Ta xác định đường thẳng d song song với AB và tiếp xúc với parabol, tiếp điểm chính là điểm C cần tìm.</p> <p>Đường thẳng $d \parallel AB$ có dạng $y = x + b$ ($b \neq 1$).</p> <p>Để d tiếp xúc với parabol thì phương trình $2x^2 = x + b \Leftrightarrow 2x^2 - x - b = 0$ có nghiệm kép</p> $\Leftrightarrow \Delta = 1 + 8b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{8}.$ <p>Với $b = -\frac{1}{8}$ thì nghiệm kép đó là $x_c = \frac{1}{4}$, khi đó $y_c = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$.</p> <p>Tọa độ điểm C cần tìm là $C\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{8}\right)$.</p>	0,5
<p>Bài 4 (3đ)</p>		
<p>4.a 1đ</p>	<p>a) + Tam giác ABC cân tại A, M là trung điểm BC $\Rightarrow AM \perp BC$. + Mặt khác, BC là dây căng cung $\Rightarrow OM \perp BC$. Do đó A, O, M, A' thẳng hàng. + Gọi bán kính của đường tròn (O) bằng R. Ta có $OM = R - MA' = R - 2$. + Xét tam giác OMB vuông tại M có</p> $OB^2 = OM^2 + MB^2 \Leftrightarrow R^2 = (R - 2)^2 + 3^2$ $\Leftrightarrow R^2 = R^2 - 4R + 4 + 9 \Leftrightarrow R = \frac{13}{4}.$	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>4.b 1đ</p>	<p>b)</p> <p>+) Ta có $\widehat{AKC} = \widehat{AMC} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác AKMC nội tiếp $\widehat{CAO} = \widehat{CKM}$ (cùng chắn cung MC). + Mặt khác, $\widehat{CAO} = \widehat{OCA}$ (do tam giác OAC cân tại O) $\widehat{CKM} = \widehat{OCA}$ (cùng = \widehat{CAO}), mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow MK \parallel AC$. Do đó tứ giác AKMC là hình thang. +) Ta lại có $\widehat{KAM} = \widehat{KCM}$ (cùng chắn cung KM)</p>	<p>0,25 0,25</p>

		Suy ra $\widehat{KAM} + \widehat{OAC} = \widehat{KCM} + \widehat{OCA}$ Suy ra $\widehat{KAC} = \widehat{MCA}$ Do đó hình thang AKMC có hai góc ở đáy bằng nhau nên là hình thang cân.	0,5
4.c 1đ		c) Khi quay tam giác ABC quanh trục AM ta được hình sinh ra là hình nón. Trong đó bán kính đáy $BM=3$; AB là đường sinh; AM là chiều cao của hình nón.	0,25
		Ta có $AB = \sqrt{BM^2 + AM^2} = \sqrt{3^2 + (AA' - MA')^2} = \sqrt{9 - \left(2 \cdot \frac{14}{4} - 2\right)^2} = \sqrt{34}$ Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{34} = 3\pi\sqrt{34}$.	0,25 0,5
Bài 5 (1 đ)	5a 0,5đ	a) Giả sử c là cạnh lớn nhất. Khi đó ta cần chứng minh $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c}$. Bình phương 2 vế và sử dụng $a+b > c$.	0,5
	5.b 0,5đ	b) Theo bất Cauchy ta có $(a+b)\sqrt{ab} + (a+c)\sqrt{ac} + (b+c)\sqrt{bc} \geq 2\sqrt{ab}\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac}\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}\sqrt{bc}$ $= 2(ab+ac+bc)$ Ta lại có $(a+b)\sqrt{ab} + (a+c)\sqrt{ac} + (b+c)\sqrt{bc} = a\sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) + b\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{c}) + c\sqrt{c}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ $\geq a\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + b\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} + c\sqrt{c} \cdot \sqrt{c}$ $= a^2 + b^2 + c^2$. (bất là sử dụng câu a). Cộng 2 vế của 2 bất lại thì ta có đpcm.	0,5

Mọi cách làm đúng vẫn cho điểm tối đa