

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I: (2,0 điểm)

1. Cho phương trình : $nx^2 + x - 2 = 0$ (1), với n là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $n=0$.

b) Giải phương trình (1) khi $n = 1$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

Câu II: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{4\sqrt{y}}{2 + \sqrt{y}} + \frac{8y}{4 - y} \right) : \left(\frac{\sqrt{y} - 1}{y - 2\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{y}} \right)$, với $y > 0, y \neq 4, y \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tìm y để $A = -2$.

Câu III: (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2x - n + 3$ và parabol (P): $y = x^2$.

1. Tìm n để đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;0).

2. Tìm n để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = 16$.

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $MN = 2R$. Gọi (d) là tiếp tuyến của (O) tại N. Trên cung MN lấy điểm E tùy ý (E không trùng với M và N), tia ME cắt (d) tại điểm F. Gọi P là trung điểm của ME, tia PO cắt (d) tại điểm Q.

1. Chứng minh ONFP là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh: $OF \perp MQ$ và $PM \cdot PF = PO \cdot PQ$.

3. Xác định vị trí điểm E trên cung MN để tổng $MF + 2ME$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu V: (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thay đổi thỏa mãn: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 2017$. Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2a+3b+3c} + \frac{1}{3a+2b+3c} + \frac{1}{3a+3b+2c}$.

Hết

Hướng dẫn giải:

Câu III

2. Từ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = n - 3 & (2) \end{cases}$$

$$x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = 16 \quad (3)$$

Cách 1: Thay $x_2 = 2 - x_1$ ở (1) vào (3).

Cách 2: Thay 2 ở (3) bằng $x_1 + x_2$

Các bạn tự hoàn thiện nhé.

Câu IV:

3, Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$$MF + 2ME \geq 2\sqrt{MF \cdot 2ME} = 2\sqrt{2MN^2} = 2\sqrt{2(2R)^2} = 4\sqrt{2}R.$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow MF = 2ME \Rightarrow E$ là trung điểm của $MF \Leftrightarrow OE \parallel FN \Leftrightarrow E$ là điểm chính giữa cung MN .

Câu IV:

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức phụ: } (x+y+z+t) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}\right) \geq 16 \text{ hay } \frac{1}{x+y+z+t} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}\right)$$

(với $x, y, z, t > 0$)

ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2a+3b+3c} + \frac{1}{3a+2b+3c} + \frac{1}{3a+3b+2c} \\ &= \frac{1}{b+c+b+c+b+a+c+a} + \frac{1}{a+c+a+c+a+b+b+c} + \frac{1}{a+b+a+b+a+c+b+c} \\ &\leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+a} + \frac{1}{c+a} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \right) \\ &\quad + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) \\ &= \frac{1}{16} \left(\frac{4}{b+c} + \frac{4}{a+b} + \frac{4}{c+a} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{c+a} \right) = \frac{2017}{4}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra

$$\Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{4034}.$$

$$\text{Vậy } \text{Max}P = \frac{2017}{4} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{4034}$$